

Математика

СТАНДАРДИ УЧЕНИЧКИХ ПОСТИГНУЋА ЗА МАТЕМАТИКУ



Документ је усвојен на 11. сједници Одбора Агенције за предшколско, основно и средње образовање одржаној 22. децембра 2020. године.

СТАНДАРДИ УЧЕНИЧКИХ ПОСТИГНУЋА ЗА МАТЕМАТИКУ, КРАЈ ТРЕЋЕГ РАЗРЕДА

1. ОБЛАСТ: СКУПОВИ, БРОЈЕВИ И ОПЕРАЦИЈЕ

1. Компонента: Скупови, бројеви и бројевни системи

Исходи учења:

- Анализира својства и односе скупова у различитим формама приказивања и примјењује их приликом рјешавања проблемских задатака.
- Анализира својства и односе бројева и бројевних система, те користи симболе и различите приказе.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Удружује елементе према заједничким особинама.	1.а. Представља скупове графички према задатом захтјеву. 1.б. Упоредује скупове према бројности.	1.а. Допуњава и измијешта елементе скупа према задатом захтјеву. 1.б. Користи скупове за приказивање природних или друштвених појава.
2.а. Повезује бројност елемената скупа с бројевном ријечи и бројем. 2.б. Разликује број од цифре и бројевне ријечи. 2.в. Чита и записује природне бројеве до 100 (укључујући и 0) цифрама и бројевном ријечи. 2.г. Упоредује природне бројеве до 100 (укључујући и 0) користећи симболе <, =, >. 2.д. Расподељује бројеве према задатом захтјеву (нпр. од мањег ка већем, од већег ка мањем). 2.ђ. Чита и записује редне бројеве до 100 цифрама и бројевним ријечима. 2.е. Препознаје парни и непарни број. 2.ж. Одређује сљедбеника и претходника задатог броја. 2.з. Разликује једноцифрене од двоцифрених бројева.	2.а. Уписује на бројевну полуправу бројеве до 100 према захтјеву „мањи од ...“ и „већи од ...“. 2.б. Одређује број на основу задатог претходника или сљедбеника. 2.в. Одређује број према захтјеву „бити између“. 2.г. Чита и записује бројеве до 20 написане римским ознакама помоћу бројевне ријечи или арапским цифрама. 2.д. Користи слово као знак за непознати број. 2.ђ. Приказује двоцифрене бројеве у табели мјесних вриједности. 2.е. Записује цифрама одговарајући редни број задатог главног броја до 100 и обрнуто. 2.ж. Упоредује парове бројева приказаних различитим облицима (нпр. $3D = 3 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = 30$, $2 \cdot 10 + 8 \cdot 1 > 2 \cdot 10 + 7 \cdot 1$).	2.а. Записује бројеве до 20 римским ознакама. 2.б. Одређује сљедбеника у сложеној термилошкој ситуацији (нпр. највећег једноцифреног парног броја).

2.и. Препознаје вриједност броја приказаног у табели мјесних вриједности.		
2. Компонента: Рачунске операције Исходи учења: 1. Бира и комбинује стратегије, методе и операције за рјешавање проблема и даје рјешења у контексту проблема. 2. Процјењује оправданост и прецизност изабраних стратегија, метода, операција и добијених рјешења, те дискутује о крајњем рјешењу у контексту проблема.		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Именује чланове рачунских операција сабирања и одузимања. 1.б Сабира и одузима два двоцифрена броја без прелаза. 1.в. Рјешава задатке сабирања и множења у којима је нула један од чланова и одузимања гдје је нула умањилац или разлика. 1.г. Израчунава број према захтјеву „мањи за...” и „већи за...”. 1.д. Идентификује сабирање и одузимање као супротне рачунске операције. 1.ђ. Препознаје својство замјене мјеста сабирака (комутативност).	1.а. Сабира и одузима бројеве с прелазом. 1.б. Приказује множење као узастопно сабирање истог броја или дијељење као узастопно одузимање истог броја. 1.в. Множи и дијели у оквиру таблице множења. 1.г. Именује називе чланова рачунских операција множења и дијељења. 1.д. Записује и израчунава бројевни израз с једном математичком операцијом на основу задате проблемске ситуације. 1.ђ. Идентификује садржиоце задатог броја у оквиру таблице дијељења. 1.е. Приказује парни број као збир два једнака броја. 1.ж. Препознаје својство замјене мјеста фактора (комутативност).	1.а. Приказује проблемску ситуацију из свакодневног живота помоћу бројевног израза. 1.б. Израчунава бројевне изразе с више рачунских операција са и без заграда. 1.в. Сабира и одузима с мјерним јединицама истог назива (минута, сат, дан, недјеља, година, центиметар, метар) у скупу бројева до 100. 1.г. Израчунава број који одговара задатом опису облика „ <i>n</i> пута већи” и „ <i>n</i> пута мањи”. 1.д. Препознаје својство удруживања три сабирка на различите начине (асоцијативност). 1.ђ. Идентификује множење и дијељење као супротне рачунске операције.
	2.а. Одабира тачан бројевни израз с двије математичке операције који представља дату проблемску ситуацију. 2.б. Примјењује везу сабирања и одузимања код провјере резултата.	2.а. Одређује који је бројевни израз са заградама једнак датом изразу без заграда. 2.б. Примјењује везу множења и дијељења код провјере резултата.

2. ОБЛАСТ: АЛГЕБРА

1. Компонента: Алгебарски изрази, функције, пропорције и њихова примјена

Исходи учења:

1. Анализира законитости, односе, зависности, везе и функције у математици и реалном свијету.
2. Анализира и приказује математичке ситуације и структуре употребом алгебарских симбола и различитих нотација (записа), графика и дијаграма, те генерализује на темељу њих.
3. Примјењује математичке моделе за представљање и тумачење квантитативних односа.
4. Анализира и формулише претпоставке промјена у различитим контекстима.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Наставља дати низ геометријских фигура према започетом узорку.	1.а. Наставља дати низ парних и непарних бројева до 100 према започетом узорку.	1.а. Наставља низ бројева до 20 написаних римским ознакама према започетом узорку. 1.б. Наставља дати низ садржалаца у оквиру таблице множења и дијелења према започетом узорку.
		2.а. Алгебарским изразом представља задату проблемску ситуацију.
3.а. Уврштава број у алгебарски израз.	3.а. Приказује природне бројеве користећи задате јединице за дужину.	3.а. Израчунава вриједност алгебарског израза.
	4.а. Утврђује вриједност непознате цифре у датој једнакости или неједнакости без рачунања. (нпр. $4_ = 46$; $1_ < 18$)	4.а. Одређује непознати број тако да дата једнакост или неједнакост буде тачна. (нпр. $3+2 < _ + 2$; $3+2 = 1 + _$)

2. Компонента: Једначине, неједначине и њихово представљање**Исходи учења:**

1. Саставља и записује симболима једначине и неједначине при рјешавању проблема, те образлаже графички и усмено њихову смисленост.
2. Аргументује поступке за рјешавање једначина, неједначина и система.
3. Дискутује о рјешењима у контексту проблема; графички приказује рјешења.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Препознаје дату једнакост као једначину.	1.а. Записује математички проблем путем једначине с једном рачунском операцијом (сабирање или одузимање). 1.б. Користи симболе $<$, $=$, $>$ да добије тачну једнакост или неједнакост.	1.а. Описује проблемску ситуацију елементарном бројевном неједнакости. 1.б. Рјешава једначине облика: $a + x = b$, $x - a = b$, $a - x = b$
		2.а. Бира тачан поступак рјешавања задате једначине међу понуђеним описима.
	3.а. Провјерава тачност добијеног рјешења једначине. 3.б. Предвиђа рјешење дате једначине с једном рачунском операцијом (сабирање или одузимање).	

3. Компонента: Елементи логики**Исходи учења:**

1. Формулише питања својствена математици и развија математичке претпоставке и аргументе.
2. Логички закључује и примјењује математички доказ као кључни математички аспект.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
	1.а. Међу понуђеним тврдњама одабира тачно тумачење математичких својстава и односа („ако ... онда...“ ; „...јер је ...“).	1.а. Провјерава тачност добијеног рјешења проблемске ситуације користећи „ако.... онда“, „...јер је...“.
	2.а. Закључује по аналогiji (нпр. сабирање десетица је аналогно сабирању јединица).	2. а Закључује индуктивним путем. 2.б. Провјерава истинитост тврдње на конкретном примјеру.

3. ОБЛАСТ: ГЕОМЕТРИЈА И МЈЕРЕЊА

1. Компонента: Ликови, тијела и трансформације

Исходи учења:

1. Анализира својства и односе геометријских елемената, те користи симболе и различите приказе.
2. Синтетише математичке аргументе о геометријским односима; анализира својства дводимензионалних и тродимензионалних геометријских облика и фигура (ликови и тијела).
3. Утврђује геометријска својства у објектима из реалног свијета, те моделује просторне односе при рјешавању проблема.
4. Користи геометријске трансформације у подударности и сличности геометријских фигура.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Препознаје праве, криве, изломљене, отворене и затворене линије. 1.б. Препознаје праву.	1.а. Црта праве, криве, изломљене, отворене и затворене линије. 1.б. Означава пресјек линија. 1.в. Одређује припадност тачака задатој линији (кривој или изломљеној). 1.г. Црта и означава дужину. 1.д. Набраја дијелове изломљене линије. 1.ђ. Означава и именује пресјек линија.	1.а. Одређује дужине на датој правој.
2.а. Разликује геометријска тијела: ваљак, коцка, квадар, пирамида, купа, круг. 2.б. Истиче и именује врхове геометријских ликова. 2.в. Препознаје странице троугла, квадрата и правоугаоника као дужине. 2.г. Разликује геометријске ликове: круг, квадрат, правоугаоник и троугао.	2.а. Препознаје стране геометријских тијела као дужине. 2.б. Препознаје геометријске ликове као стране геометријских тијела. 2.в. Црта геометријске ликове. 2.г. Препознаје прави угао на цртежу квадрата и правоугаоника користећи геометријски прибор – трокут.	2.а. Разликује праве и криве линије и стране на цртежима геометријских тијела. 2.б. Упорјеђује бројност страна и врхова геометријских тијела. 2.в. Одређује бројност геометријских ликова и тијела на датом цртежу. 2.г. Одређује припадност тачака геометријским ликовима на задатом цртежу. 2.д. Упорјеђује бројност страница и врхова квадрата, троугла и правоугаоника.

		2.ђ. Допуњава цртеже квадрата, правоугаоника и троугла у квадратној мрежи.
3.а. Препознаје предмете из окружења који имају облик неког геометријског тијела или лика.	3.а. Разврстава предмете из свог окружења према облику и величини.	3.б. Моделује задату фигуру од понуђених геометријских ликова и обрнуто.
4.а. Препознаје симетрију на датим геометријским тијелима, ликовима или објектима из свакодневног живота.	4.а. Црта симетрични дио (другу половину) задатих ликова или тијела.	4.а. Препознаје на датим сликама симетрије лика.
2. Компонента: Мјере и мјерења Исходи учења: 1. Анализира мјерљива обиљежја објеката и појава, комбинује мјерне инструменте, мјерне јединице и мјерне системе у процесима мјерења. 2. Процјењује и предвиђа резултате мјерења.		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Препознаје и именује мјерни инструмент за вријеме, дужину и температуру. 1.б. Именује мјерне јединице за вријеме (минута, сат, дан, недјеља, мјесец, година), дужину (центиметар, дециметар и метар) и новац (конвертибилна марка, фенинг).	1.а. Мјери дужину, висину, ширину. 1.б. Очитава вријеме на сату с казаљкама.	1.а. Повезује вријеме исказано ријечима или бројевним записом с одговарајућим цртежом сата.
	2.а. Упоредује временске интервале, дужину, ширину, висину и температуру.	2.а. Предвиђа потребан временски интервал или вриједност новца с једноставним ситуацијама из живота приказане цртежом или описане ријечима.

4. ОБЛАСТ: ПОДАЦИ И ВЈЕРОВАТНОЋА

1. Компонента: Прикупљање, организација, представљање и тумачење података

Исходи учења:

1. Формулише проблем; прикупља и обрађује податке из различитих извора, те их представља у различитим формама.
2. Интерпретира, дискутује о добијеним подацима и резултатима истраживања.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Идентификује проблем у контексту датих података.	1.а. Прикупља податке који произлазе из свакодневног живота. 1.б. Разврстава податке о једноставној појави из околине према датом критеријуму.	1.а. Приказује задате податке помоћу табеле и ступчастог дијаграма.
		2.а. Чита податке из графичког приказа (табеле и ступчастог дијаграма).

2. Компонента: Елементи вјероватноће

Исходи учења:

1. Користи статистичке анализе с циљем прогнозе у контексту проблемског питања.
2. Користи елементе комбинаторике с циљем процјењивања и предвиђања догађаја.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
	1.а. Пребројава различите исходе конкретног догађаја из свакодневног живота користећи графичке приказе.	1.а. Упоредије задате примјере конкретних догађаја из свакодневног живота користећи појмове „мање вјероватно“, „једнако вјероватно“ и „вјероватније“.
	2.а. Одређује различите распореде елемената неког скупа у којем је битан поредак (нпр. кућни број 15 или 51). 2.б. За задате примјере конкретних догађаја из живота, одређује да ли су „случајни“, „могући“, „немогући“ или „сигурни“.	2.а. Бира међу понуђеним тачну тврдњу тумачења података приказаних табелом и ступчастим дијаграмом.

СТАНДАРДИ УЧЕНИЧКИХ ПОСТИГНУЋА ЗА МАТЕМАТИКУ, КРАЈ ШЕСТОГ РАЗРЕДА

1. ОБЛАСТ: СКУПОВИ, БРОЈЕВИ И ОПЕРАЦИЈЕ

1. Компонента: Скупови, бројеви и бројевни системи

Исходи учења:

- Анализира својства и односе скупова у различитим формама приказивања и примјењује их приликом рјешавања проблемских задатака.
- Анализира својства и односе бројева и бројевних система, те користи симболе и различите приказе.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Приказује графички скупове (Еулер-Венов дијаграм). 1.б. Користи симболе за одређивање припадности елемената скупа. 1.в. Бира међу понуђеним одговорима елемент који недостаје у графички приказаном скупу.	1.а. Записује скупове у еквивалентним записима. 1.б. Одређује подскуп, унију, пресјек и разлику скупова. 1.в. Закључује када су уређени парови једнаки.	1.а. Приказује ситуацију из свакодневног живота помоћу скупова.
2.а. Записује и чита вишецифрене природне бројеве и позитивне рационалне бројеве. 2.б. Упорјеђује вишецифрене природне бројеве и позитивне рационалне бројеве. 2.в. Бира међу понуђеним одговорима правилан запис позитивног децималног броја у облику позитивног разломка. 2.г. Користи се римским бројевима у различитим записима.	2.а. Одређује мјесну вриједност цифри датог броја. 2.б. Изражава разломком осјенчени дио фигуре. 2.в. Разликује праве и неправе разломке, мјешовите бројеве и изражава величине у облику разломака. 2.г. Разликује просте и сложене бројеве. 2.д. Препознаје својства скупова N и Q^+	2.а. Наводи просте бројеве у одређеном интервалу према захтјеву „већи од“ и „мањи од“.

2. Компонента: Рачунске операције

Исходи учења:

1. Бира и комбинује стратегије, методе и операције за рјешавање проблема и даје рјешења у контексту проблема.
2. Процијењује оправданост и прецизност изабраних стратегија, метода, операција и добијених рјешења, те дискутује о крајњем рјешењу у контексту проблема.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Изводи рачунску операцију сабирања и одузимања вишецифрених природних бројева. 1.б. Извршава рачунску операцију дијељења двоцифреног броја са једноцифеним бројем без остатка. 1.в. Сабира и одузима разломке једнаких именилаца. 1.г. Рачуна вриједност израза користећи различита својства операција у скупу природних бројева уз једну грешку у рачуну (при крају рачунања). 1.д. Примјењује правило дјелјивости декадним јединицама у скупу природних бројева. 1.ђ. Примјењује правила дјелјивости са бројевима 2 и 5.	1.а. Изводи рачунске операције множења и дијељења вишецифрених природних бројева. 1.б. Упорјеђује вриједности бројевних израза (нпр. $465+(535-11) \square (965+189)-165$). 1.в. Поставља бројевни израз с природним бројевима и заградама који одговара датој ситуацији. 1.г. Примјењује правило дјелјивости са 4. 1.д. Множи и дијели позитивне разломке. 1.ђ. Раставља број на просте факторе. 1.е. Рачуна највећи заједнички дјелилац (НЗД) и најмањи заједнички садржилац (НЗС) датих бројева.	1.а. Сабира и одузима разломке различитих именилаца. 1.б. Множи и дијели децималне бројеве. 1.в. Рјешава бројевни израз уз примјену својстава рачунских операција комбинујући различите методе рјешавања. 1.г. Рјешава проблемске задатке помоћу рачунских операција са природним бројевима, позитивним разломцима и децималним бројевима. 1.д. Примјењује правила дјелјивости са 3 и 9. 1.ђ. Примјењује правила дјелјивости прозвода, односно збира бројева. 1.е. Примјењује НЗД и НЗС при рјешавању проблемских задатака.
	2.а. Заокружује децимални број на децимални број са тачно одређеним бројем децималних мјеста или цијели број. 2.б. Провјерава тачност добијених рјешења у контексту проблемског задатка.	2.а. Процијењује резултат у проблемском задатку.

2. ОБЛАСТ: АЛГЕБРА

1. Компонента: Алгебарски изрази, функције, пропорције и њихова примјена

Исходи учења:

1. Анализира законитости, односе, зависности, везе и функције у математици и реалном свијету.
2. Анализира и приказује математичке ситуације и структуре употребом алгебарских симбола и различитих нотација (записа), графика и дијаграма, те генерализује на темељу њих.
3. Примјењује математичке моделе за представљање и тумачење квантитативних односа.
4. Анализира и формулише претпоставке промјена у различитим контекстима.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Препознаје непознату у математичком запису.	1.а. Одређује чланове који недостају у задатом низу. 1.б. Разликује појмове једнакости, једначине, неједнакости, неједначине (користи се и симболима $\geq$, $\leq$).	1.а. Обликује низове позитивних разломака једнаких именилаца, децималних бројева, дјелилаца и садржалаца природног броја уважавајући задати критеријум.
2.а. Представља количник два природна броја у облику разломка и обрнуто. 2.б. Повезује децимални број са реалним животним ситуацијама (цијене у трговини, маса,...).	2.а. Записује мјешовити број у облику разломка и обрнуто. 2.б. Записује декадне разломке и разломке који се могу свести на половине у облику децималног броја и обрнуто.	2.а. Записује разломак у облику децималног броја и обрнуто.
3.а. Упорјеђује разломке једнаких именилаца по величини (са и без бројевне полуправе).	3.а. Уврштава бројеве умјесто промјенљивих у алгебарским изразима и израчунава вриједност. 3.б. Придружује/читава координате ненегативних рационалних бројева на бројевној полуправи.	3.а. Упорјеђује разломке и мјешовите бројеве по величини (са и без бројевне полуправе).
	4.а. Просуђује о вриједности алгебарског израза при повећању или смањењу величине промјенљиве.	4.а. Објашњава промјену резултата рачунске операције у зависности од промјене једног члана бројевног израза (сабирка, фактора).

2. Компонента: Једначине, неједначине и њихово представљање**Исходи учења:**

1. Саставља и записује симболима једначине и неједначине при рјешавању проблема, те образлаже графички и усмено њихову смисленост.
2. Аргументује поступке за рјешавање једначина, неједначина и система.
3. Дискутује о рјешењима у контексту проблема; графички приказује рјешења.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
	1.а. Моделује линеарном једначином облика $ax=b$, $x/a=b$ и $a/x=b$ проблемску ситуацију (a , b , x су елементи скупа N).	1. а. Моделује линеарном неједначином облика $a \pm x \leq b$, $x \pm a \leq b$, $ax \leq b$ проблемску ситуацију (a , b , x су елементи скупа N).
	2. а. Тумачи поступак рјешавања једначина облика $ax = b$, $x/a=b$ и $a/x=b$ (a , b , x су елементи скупа N). 2.б. Тумачи и рашчлањује поступак рјешавања неједначина облика, $a \pm x \leq b$, $x \pm a \leq b$, $ax \leq b$ (a , b , x су елементи скупа N).	2.а. Одређује природне бројеве n који задовољавају неједнакост облика $\frac{n}{a} < \frac{b}{c}$ (a , b , c су елементи скупа N). 2.б. Рјешава једначине $a+x=b$, $a-x=b$, $x-a=b$ с позитивним разломцима/децималним бројевима.
3.а. Провјерава тачност понуђених рјешења дате једначине. 3.б. Провјерава тачност понуђеног рјешења дате неједначине на бројевној полуправи.	3.а. Образлаже рјешење неједначине на бројевној полуправи.	3.а. Дискутује о рјешењу једначине и неједначине у контексту датог проблема.

3. Компонента: Елементи логики**Исходи учења:**

1. Формулише питања својствена математици и развија математичке претпоставке и аргументе.
2. Логички закључује и примјењује математички доказ као кључни математички аспект.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
	1.а. Саставља и тумачи реченице облика „ако ...онда” при повезивању рачунских радњи, особина рачунских радњи, особина геометријских ликова и сл.	1.а. Анализира и провјерава различите хипотезе.
	2.а. Пореди особине рачунских радњи у скупу N_0 по аналогiji (ред рачунских радњи, заграде). 2.б. Примјењује индуктивни начин закључивања. 2.в. Показује истинитост тврдње на конкретним примјерима.	2.а. Примјењује дедуктивни начин закључивања.

3. ОБЛАСТ: ГЕОМЕТРИЈА И МЈЕРЕЊА

1. Компонента: **Ликови, тијела и трансформације**

Исходи учења:

1. Анализира својства и односе геометријских елемената, те користи симболе и различите приказе.
2. Синтезише математичке аргументе о геометријским односима; анализира својства дводимензионалних и тродимензионалних геометријских облика и фигура (ликова и тијела).
3. Утврђује геометријска својства у објектима из реалног свијета, те моделује просторне односе при рјешавању проблема.
4. Користи геометријске трансформације у подударности и сличности геометријских фигура.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Црта и означава угао (врх, краци). 1.б. Разликује и означава паралелне и окомите праве. 1.в. Придружује тачкама бројевне полуправе, природан број и нулу. 1.г. Препознаје у каквом су односу кружница и права (на цртежу). 1.д. Помоћу математичких симбола записује да ли тачка припада правој или полуправој. 1.ђ. Разликује кружницу и круг на цртежу.	1.а. На датом цртежу идентификује број полуправих. 1.б. Црта праву која пролази кроз дату тачку и која је паралелна или окомита датој правој. 1.в. Разликује врсте углова (конвексне и неконвексне, комплементне и суплементне). 1.г. Врши графичко рачунање са угловима (сабирање и одузимање). 1.д. Идентификује тачке које припадају кругу и кружници. 1.ђ. Разликује дијелове круга и кружнице (кружни исјечак, кружни одсјечак, кружни лук).	1.а. Користећи математичке симболе одређује у каквом су односу дуж и полуправа; дуж и права; полуправа и права у равни.
2.а. Црта троугао и четвороугао помоћу геометријског прибора. 2.б. Црта кружницу и круг датог полупречника. 2.в. Одређује збир и разлику двије дужи.	2.а. Разликује врсте троуглова према дужини страница и величини унутрашњих углова. 2.б. Конструира једнаке углове, једнакостранични и једнакокраки троугао. 2.в. Повезује мрежу квадрата и коцке са одговарајућим тијелом. 2.г. Проналази сличне фигуре на датом цртежу.	2.а. Конструира симетралу дужи. 2.б. Конструира разностранични троугао задатих дужина страница.

3.а. Раставља правоугаоник на јединичне квадрате и одређује њихов број.	3.а. Одређује са колико се јединичних коцки може моделовати квадар датих димензија.	3.а. Повезује геометријске ликове у цјелине (нпр. процијењује од којих се понуђених квадрата и правоугаоника датих на цртежу може направити мрежа коцке или квадрата). 3.б. Употребљава својства за описивање и поређење тродимензионалних облика (коцке, квадрата) и повезује их са својим дводимензионалним представљањем.
4.а. Црта осносиметричну слику фигуре (тачке, дужи).	4.а. Пресликава транслацијом фигуре (дуж, троугао, четвороугао) у равни.	4.а. Одређује осносиметричну слику троугла или четвороугла у равни.
4.б. Препознаје централно-симетричне и осносиметричне фигуре у равни.		4.б. Одређује колико оса симетрије има лик на слици.
2. Компонента: Мјере и мјерења Исходи учења: 1. Анализира мјерљива обиљежја објеката и појава, комбинује мјерне инструменте, мјерне јединице, мјерне системе у процесима мјерења. 2. Процјењује и предвиђа резултате мјерења.		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Одређује обим једнакостраничног троугла уз цртеж. 1.б. Идентификује мјерну јединицу којом се изражава обим или површина фигуре.	1.а. Упорјеђује мјерне јединице (за дужину, вријеме, величину угла). 1.б. Израчунава обим троугла, квадрата и правоугаоника уз цртеж. 1.в. Израчунава површину и запремину квадрата и коцке.	1.а. Израчунава непознате стране датог обима. 1.б. Израчунава збир углова датих мјера, однос степени углова, минуте и секунде. 1.в. Израчунава обим троугла (странице нису изражене истом мјерном јединицом). 1.г. Одређује колика је дужина странице квадрата на основу површине квадрата.
2.а. Упорјеђује двије дужи на цртежу.	2.а. Процијењује површине геометријских ликова.	2.а. Процјењује запремине геометријских тијела у облику коцке или квадрата. 2.б. Процјењује која фигура на цртежу има већи обим (нпр. једнакостранични троугао или квадрат).

4. ОБЛАСТ: ПОДАЦИ И ВЈЕРОВАТНОЋА

1. Компонента: Прикупљање, организација, представљање и тумачење података Исходи учења:

1. Формулише проблем; прикупља и обрађује податке из различитих извора, те их представља у различитим формама.
2. Интерпретира, дискутује добијене податке и резултате истраживања.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Препознаје податке потребне за рјешавање задатог проблема.	1.а. Прикупља и разврстава податке према задатим критеријумима. 1.б. Приказује податке помоћу табеле фреквенција или пиктограмом.	1.а. Приказује податке помоћу кружног или ступчастог дијаграма. 1.б. Користи податке из једног приказа како би их представио у другом приказу.
2.а. Очитава податке приказане табелама и пиктограмима.	2.а. Упореджује фреквенције датог обиљежја на ступчастом дијаграму.	2.а. Тумачи податке приказане ступчастим или кружним дијаграмом (нпр. колико је одличних, врло добрих у одјељењу, број ученика).

2. Компонента: Елементи вјеројатноће Исходи учења:

1. Користи статистичке анализе с циљем прогнозе проблемског питања.
2. Користи елементе комбинаторике с циљем процјењивања и предвиђања догађаја.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Разликује мање, више и једнако вјероватне догађаје на наведеном примјеру.		1.а. Наводи примјере догађаја који су мање, више или једнако вјероватнији од наведеног догађаја.
2.а. Бира међу понуђеним одговорима могуће и немогуће догађаје (нпр. бацање коцке). 2.б. Одређује исход могућег појављивања догађаја у једноставним играма (нпр. бацање новчића, пола-цијело, пар-непар, папир-камен-маказе итд.).	2.а. Одређује догађаје супротне наведеним догађајима. 2.б. Утврђује да ли је исход датог догађаја мање вјероватан, једнако вјероватан, вјероватнији или немогућ у проблемском задатку (нпр. у кесици су 3 плаве, 4 жуте и 2 црне куглице, извлачимо једну куглицу...).	2.а. Користи графички приказане податке за одређивање вјероватноће неког догађаја.

**СТАНДАРДИ УЧЕНИЧКИХ ПОСТИГНУЋА ЗА МАТЕМАТИКУ,
КРАЈ ДЕВЕТОГОДИШЊЕГ ВАСПИТАЊА И ОБРАЗОВАЊА**

1. ОБЛАСТ: СКУПОВИ, БРОЈЕВИ И ОПЕРАЦИЈЕ

1. Компонента: Скупови, бројеви и бројевни системи

Исходи учења:

1. Анализира својства и односе скупова у различитим формама приказивања и примјењује их приликом рјешавања проблемских задатака.
2. Анализира својства и односе бројева и бројевних система, те користи симболе и различите приказе.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Пореди скупове према сличностима и разликама.	1.а. Приказује рјешења једначина и неједначина помоћу скупова. 1.б. Користи уређени пар као рјешење система једначина.	1.а. Одређује и приказује директни производ два скупа графички и симболички. 1.б. Препознаје ињективно и сурјективно пресликавање на основу графичког приказа. 1.в. Представља домен и кодомен функције помоћу скупова.
2.а. Препознаје којем од скупова N, Z, Q, I и R припада дати број.	2.а. Разликује приказе реалних бројева (рационалне и ирационалне бројеве) према њиховом децималном запису. 2.б. Упорјеђује реалне бројеве и представља их на бројевној оси. 2.в. Записује постотак у облику разломка, децималног броја и обратно.	2.а. Упорјеђује својства скупова N, Z, Q, I и R .

2. Компонента: Рачунске операције**Исходи учења:**

1. Бира и комбинује стратегије, методе и операције за рјешавање проблема и даје рјешења у контексту проблема.
2. Процјењује оправданост и прецизност изабраних стратегија, метода, операција и добијених рјешења, те дискутује о крајњем рјешењу у контексту проблема.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Одређује супротан број, реципрочну вриједност и апсолутну вриједност броја. 1.б. Препознаје вриједност другог коријена природног броја који је потпуни квадрат бројева до 20. 1.в. Повезује запис a^n ; n природан број са одговарајућим производом.	1.а. Одређује вриједност бројевног израза са заградама и рачунским операцијама сва три реда. 1.б. Извршава дјелимично корјеновање.	1.а. Примјењује рачунске операције трећег реда у проблемским задацима.
2.а. Заокружује ирационалне бројеве на задати број децимала (уз помоћ калкулатора).	2.а. Провјерава тачност добијених рјешења у бројевном изразу са рачунским операцијама сва три реда. 2.б. Одређује број децимала квадрата децималног броја.	2.а. Дискутује о добијеним рјешењима у контексту проблемских ситуација. 2.б. Анализира грешку у ријешеном бројевном изразу. 2.в. Предвиђа којем интервалу припада ирационални број записан у облику коријена.

2. ОБЛАСТ: АЛГЕБРА

1. Компонента: Алгебарски изрази, функције, пропорције и њихова примјена

Исходи учења:

1. Анализира законитости, односе, зависности, везе и функције у математици и реалном свијету.
2. Анализира и приказује математичке ситуације и структуре употребом алгебарских симбола и различитих нотација (записа), графика и дијаграма, те генерализује на темељу њих.
3. Примјењује математичке моделе за представљање и тумачење квантитативних односа.
4. Анализира и формулише претпоставке промјена у различитим контекстима.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Записује декадне јединице и декадне разломке помоћу степеновања. 1.б. Сабира и одузима истоимене алгебарске изразе.	1.а. Обликује низове у скупу $\mathbb{Q}$ поштујући задати критеријум. 1.б. Класификује пропорционалне и обрнуто пропорционалне величине из контекста задатка. 1.в. Испитује својства линеарне функције. 1.г. Множи и факторизује алгебарске изразе, те квадрира збир или разлику. 1.д. Рачуна помоћу степеновања чији је експонент цијели број. 1.ђ. Разликује значење појмова израз, једнакост, једначина и идентитет.	1.а. Примјењује рачунске операције с потенцијама при рјешавању проблемских задатака. 1.б. Примјењује научни запис рационалног броја у реалним ситуацијама (нпр. $1,58 \cdot 10^3$).
2.а. Црта график линеарне функције.	2.а. Приказује графички директну пропорционалност и обрнуту пропорционалност.	2.а. Из графичког приказа просуђује да ли су зависне величине пропорционалне или обрнуто пропорционалне. 2.б. Факторизује трочлани квадратни израз и записује у облику производа (нпр. $x^2+8x+16=(x+4)^2$). 2.в. Примјењује разлику квадрата записану у облику производа за рјешавање квадратне једначине.

3.а. Повезује постотак с разломком или децималним бројем.	3.а. Анализира график линеарне функције и на основу њега закључује о својствима функције. 3.б. Одређује вриједност зависне величине из графика функције директне пропорционалности или обрнуте пропорционалности. 3. в. Израчунава непознату величину из пропорције. 3. г. Израчунава постотни износ (нпр. 5% од 20 КМ, 5% од x да је једнако 4).	3.а. Примјењује пропорционалне и обрнуто пропорционалне величине при рјешавању проблемских задатака. 3.б. Примјењује постотни рачун при рјешавању проблемских задатака.
	4.а. Препознаје еквивалентне једначине.	4.а. Анализира промјене у различитим контекстима користећи еквивалентне једначине.
2. Компонента: Једначине, неједначине и њихово представљање Исходи учења: - Саставља и записује симболима једначине и неједначине при рјешавању проблема, те образлаже графички и усмено њихову смисленост. - Аргументује поступке за рјешавање једначина, неједначина и система. - Дискутује о рјешењима у контексту проблема, графички приказује рјешења.		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Трансформише једначину праве задату у експлицитном облику у имплицитни облик и обрнуто.	1.а. Саставља линеарну једначину или неједначину користећи све четири рачунске операције и заграде у скупу R .	1.а. Примјењује линеарну једначину за рјешавање проблемских задатака. 1.б. Примјењује систем линеарних једначина с двије непознате за рјешавање проблемских задатака.
2.а. Провјерава да ли понуђено рјешење представља тачно рјешење задате линеарне једначине. 2.б. Провјерава да ли понуђено рјешење припада скупу рјешења задате линеарне неједначине.	2.а. Одређује домен једначине или неједначине у скупу R . 2.б. Рјешава линеарну једначину или неједначину. 2.в. Рјешава систем облика $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ гдје су коефицијенти једне	2.а. Рјешава систем користећи најприкладнију методу за рјешење.

2.в. Провјерава да ли је задати уређени пар рјешење система.	непознате супротни бројеви.	
3.а. Приказује скуп рјешења неједначине на бројевној правој.	3.а. Примјењује графичку методу за рјешавање система линеарних једначина с двије непознате.	3.а. Дискутује о рјешењима једначина, неједначина и система при рјешавању проблема. 3.б. Дискутује о графичком рјешењу система линеарних једначина с двије непознате. 3. в. Процењује природу проблема на основу илустрација.
3. Компонента: Елементи логики Исходи учења: 1. Формулише питања својствена математици и развија математичке претпоставке и аргументе. 2. Логички закључује и примјењује математички доказ као кључни математички аспект.		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
	1.а. Формулише математичке тврдње (нпр. у геометрији).	1.а. Утврђује разлике између претпоставке и тврдње.
2.а. Препознаје дефиницију међу понуђеним реченицама (нпр. дефиницију геометријског лика).	2.а. Повезује особине рачунских радњи у скупу R по аналогiji. 2.б. Проналази податке који поткрјељују дате чињенице.	2.а. Провјерава тачност тврдње (нпр. „Правоугли троугао има два права угла“). 2.б. Проводи индуктивни и дедуктивни начин закључивања (нпр. формуле за обим и површину геометријских ликова, те површину и обим геометријских тијела). 2.в. Повезује кораке при доказивању једноставних тврдњи (примјењује теореме о складности и сличности троугла).

3. ОБЛАСТ: ГЕОМЕТРИЈА И МЈЕРЕЊА

1. Компонента: **Ликови, тијела и трансформације**

Исходи учења:

1. Анализира својства и односе геометријских елемената, те користи симболе и различите приказе.
2. Синтетише математичке аргументе о геометријским односима; анализира својства дводимензионалних и тродимензионалних геометријских облика и фигура (ликова и тијела).
3. Утврђује геометријска својства у објектима из реалног свијета, те моделује просторне односе при рјешавању проблема.
4. Користи геометријске трансформације у подударности и сличности геометријских фигура.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Препознаје у каквом су међусобном односу тачка и раван. 1.б. Одређује положај тачке у координатном систему. 1.в. Повезује реалне бројеве с тачкама бројевне праве. 1.г. Одређује међусобни однос двије кружнице. 1.д. На цртежу одређује резултат графичког множења вектора рационалним бројем.	1.а. Идентификује са колико је тачака одређена права или раван. 1.б. Приказује однос двије праве у равни. 1.в. Примјењује својства углова са паралелним и окомитим крацима. 1.г. Конструира симетралу угла. 1.д. Одређује централни угао, ако је познат периферни угао над истим луком и обрнуто. 1.ђ. На цртежу одређује графички збир или разлику два вектора. 1.е. Одређује дужину дужи са слике примјеном Талесове теореме.	1.а. На цртежу утврђује однос праве и равни. 1.б. Одређује величину угла према подацима са слике(примијењује правило за збир унутрашњих и вањских углова троугла и особину унакрсних углова). 1.в. Користи својства углова уз трансверзалу/ пресјек. 1.г. Конструира тангенту кружнице. 1.д. Процењује који многоугао или лик на слици има осу симетрије. 1.ђ. Конструира графички збир или разлику три/четири вектора. 1.е. Примјењује Талесову теорему о пропорционалним дужинама у рјешавању проблемских задатака.
2.а. Одређује збир унутрашњих углова многоугла (дозвољена употреба калкулатора). 2.б. Разликује својства геометријских тијела. 2.в. Повезује усправна геометријска тијела са њиховом мрежом.	2.а. Конструира троугао или четвороугао, карактеристичне тачке троугла, те уписану и описану кружницу троугла. 2.б. Препознаје геометријске ликове настале пресеком равни и тијела.	2.а. Конструира правилне многоуглове задатог полумјера описане кружнице и дужину странице многоугла (нпр. петоугао, шестоугао, осмоугао, десетоугао). 2.б. Примјењује теореме о складности и сличности

	2.в. Црта мрежу усправног геометријског тијела.	троугла у проблемским задацима.
	3.а. Предвиђа резултате састављања и растављања ликова у равни у погодной моделској ситуацији.	3.а. Процјењује резултате састављања и растављања тродимнезионалних облика (тијела) у погодной моделској ситуацији.
	4.а. Примјењује изометријске трансформације (осна и централна симетрија, транслација, ротација).	4.а. Повезује складност троугла са изометријским трансформацијама. 4.б. Изводи композицију изометријских трансформација.

2. Компонента: Мјере и мјерења

Исходи учења:

1. Анализира мјерљива обиљежја објеката и појава, комбинује мјерне инструменте, мјерне јединице, мјерне системе у процесима мјерења.
2. Процјењује и предвиђа резултате мјерења.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Одређује обим фигуре са цртежа помоћу координатне мреже. 1.б. Примјењује Питагорину теорему на правоугли троугао, квадрат и правоугаоник.	1.а. Претвара мјерне јединице. 1.б. Одређује површину осјенченог дијела цртежа (пресјек два геометријска лика). 1.в. Примјењује Питагорину теорему на једнакокраки и једнакостранични троугао, ромб, паралелограм, трапез и круг. 1.г. Израчунава површину и запремину призме, пирамиде, ваљка и купе. 1.д. Одабира методе рјешавања проблемских ситуација повезаних са израчунавањем обима и површине стандардних и нестандартних фигура.	1.а. Одређује површину неправилних многоуглова у равни, растављајући их на правилне ликове чију површину зна израчунати (троуглови, четвороуглови). 1.б. Примјењује Питагорину теорему и друга својства везана уз мјерљива обиљежја геометријских тијела у проблемским ситуацијама. 1.в. Израчунава површину и запремину призме, пирамиде, ваљка и купе ако неопходни елементи нису непосредно задати. 1.г. Одабира методе одређивања површине и запремине нестандартних тијела повезаних са проблемским ситуацијама.

2.a. Утврђује мјерљива обиљежја објеката и појава.		2.a. Предвиђа резултате мјерења.
--	--	----------------------------------

4. ОБЛАСТ: ПОДАЦИ И ВЈЕРОВАТНОЋА

1. Компонента: Прикупљање, организација, представљање и тумачење података

Исходи учења:

1. Формулише проблем, прикупља и обрађује податке из различитих извора, те их представља у различитим формама.
2. Интерпретира, дискутује добијене податке и резултате истраживања.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.a. Повезује податке са задатим проблемом. 1.б. Приказује податке листом, табелом фреквенција. 1.в. Одређује аритметичку средину (дозвољена употреба калкулатора).	1.a. Прикупља податке из различитих извора повезане са задатим проблемом. 1.б. Приказује податке тачкастим, ступчастим, кружним дијаграмима и хистограмом. 1.в. Примјењује аритметичку средину у проблемским задацима.	1.a. Дискутује о одступањима прикупљених података од аритметичке средине.
2.a. Разликује табеларни приказ, ступчasti и кружни дијаграм, те хистограм.	2.a. Интерпретира податке приказане на различите начине (помоћу табеле, графикана...).	2.a. Изводи закључке на основу анализираних података.

2. Компонента: Елементи вјероватноће

Исходи учења:

1. Користи статистичке анализе с циљем прогнозе проблемског питања.
2. Користи елементе комбинаторике с циљем процјењивања и предвиђања догађаја.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.a. Препознаје термине вјероватноће: експеримент, елементарни догађај, сигуран, могућ или немогућ догађај. 1.б. Препознаје елементарне догађаје за дати експеримент. 1.в. Одабира међу понуђеним одговорима исход који је сигуран, могућ или немогућ.	1.a. Одређује број могућих и број повољних исхода у проблемским ситуацијама. 1.б. Израчунава вјероватноћу случајног догађаја.	1.a. Процјењује вјероватноћу догађаја на основу података датих дијаграмом или табелом. 1.б. Процјењује вјероватноћу неког догађаја из проблемског задатка (нпр. одређује вјероватноћу код извлачења карте из шпила карата).

2.а. Идентификује међу понуђеним догађајима оне који су немогући (нпр. код бацања коцке: „Пао је број 7“).	2.а. Упореджује вјероватноћу више исхода (мање вјероватан, једнако вјероватан, вјероватнији). 2.б. Процјењује могућност појављивања неког догађаја (бацање новчића, коцкице, извлачење лоптице...).	2.а. Тумачи комбинације и распоред елемената са и без понављања. 2.б. Процјењује могућност појављивања неког догађаја у случају условне вјероватноће.
---	---	---

**СТАНДАРДИ УЧЕНИЧКИХ ПОСТИГНУЋА ЗА МАТЕМАТИКУ,
КРАЈ СРЕДЊОШКОЛСКОГ ВАСПИТАЊА И ОБРАЗОВАЊА**

1. ОБЛАСТ: СКУПОВИ, БРОЈЕВИ И ОПЕРАЦИЈЕ

1. Компонента: Скупови, бројеви и бројевни системи

Исходи учења:

1. Анализира својства и односе скупова у различитим формама приказивања и примјењује их приликом рјешавања проблемских задатака.
2. Анализира својства и односе бројева и бројевних система, те користи симболе и различите приказе.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Тумачи појам универзалног скупа и комплемент. 1.б. Анализира домен и кодомен за дате функције користећи скупове. 1.в. Представља рјешења једначина, неједначина, те система једначина и неједначина користећи различите скуповне записе, уређене парове и n-торке.	1.а. Образлаже, уз графичку илустрацију, ињективно и сирјективно пресликавање.	1.а. Рјешава проблемске задатке из стварног живота користећи скупове и скуповне операције уз графичку илустрацију. 1.б. Користи појам и особине бинарних релација, те појам класа еквиваленције (уз нагласак на релацију поретка и релацију еквиваленције). 1.в. Доказује скуповне идентитете користећи дефиниције скуповних операција и логику исказа.
2.а. Користи различите записе реалних бројева. 2.б. Утврђује тачан поредак неколико апсолутних вриједности бројева примјењујући својства апсолутне вриједности броја.	2.а. Представља комплексне бројеве аналитички и геометријски у комплексној равни. 2.б. Примјењује везе између скупова бројева R и C користећи различите приказе.	2.а. Анализира запис броја у различитим базама.

2. Компонента: Рачунске операције**Исходи учења:**

- Бира и комбинује стратегије, методе и операције за рјешавање проблема и даје рјешења у контексту проблема.
- Процјењује оправданост и прецизност изабраних стратегија, метода, операција и добијених рјешења, те дискутује о крајњем рјешењу у контексту проблема.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Примјењује законитости рачунских операција у скупу R . 1.б. Рачуна вриједности бројевних израза у којима се појављују рачунске операције сва три реда и при томе по потреби користи калкулатор.	1.а. Израчунава вриједност израза у којем се појављују апсолутне вриједности и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор. 1.б. Врши дјелимично корјеновање и рационалише називник разломка. 1.в. Изводи рачунске операције са комплексним бројевима у алгебарском облику.	1.а. Преводи комплексне бројеве задате алгебарски у тригонометријски облик и обрнуто. 1.б. Изводи рачунске операције са комплексним бројевима у тригонометријском облику.
2.а. Одабира најефикаснији метод за рјешавање сложенијег бројевног израза.	2.а. Утврђује постојање и предвиђа рјешења у контексту проблема.	2.а. Дискутује о постојању рјешења и броју могућих рјешења задатог проблема.

2. ОБЛАСТ: АЛГЕБРА**1. Компонента: Алгебарски изрази, функције, пропорције и њихова примјена****Исходи учења:**

- Анализира законитости, односе, зависности, везе и функције у математици и реалном свијету.
- Анализира и приказује математичке ситуације и структуре употребом алгебарских симбола и различитих нотација (записа), графика и дијаграма, те генерализује на темељу њих.
- Примјењује математичке моделе за приказивање и тумачење квантитативних односа.
- Анализира и формулише претпоставке промјена у различитим контекстима.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Препознаје законитости низа уопштено. 1.б. Препознаје својства аритметичког и геометријског низа. 1.в. Користи својства функција при рјешавању конкретних задатака.	1.а. Израчунава чланове који недостају и суму коначног броја чланова аритметичког и геометријског низа. 1.б. Рјешава проблемске задатке користећи графике, скице и њихове	1.а. Примјењује својства аритметичког и геометријског низа, те геометријског реда у проблемским ситуацијама. 1.б. Повезује и примјењује знања из тригонометрије и аналитичке геометрије.

1.г. Израчунава граничну вриједност низа чији је општи члан алгебарски разломак. 1.д. Примјењује правила за потенције. 1.ђ. Повезује односе основних тригонометријских релација са скицом и обратно (рачуна вриједности триг. функција).	транслације и дилатације дуж координатних оса. 1.в. Примјењује низ чија је гранична вриједност број e у конкретним задацима. 1.г. Примјењује операције с корјеновима. 1.д. Израчунава и примјењује скаларни производ.	1.в. Примјењује рачун с векторима (векторски и мјешовити производ). 1.г. Испитује особине елементарних функција и процјењује њихове повезаности.
2.а. Идентификује својства графички представљене функције (из графика читава и записује домен, коријен, знак, интервале монотоности, екстремне вриједности и описује их у реалном контексту). 2.б. Примјењује Виетове формуле и својства дискриминанте квадратне једначине.	2.а. Записује функцију математичким симболима у задатом проблему. 2.б. Примјењује растављање квадратног тринoma у сврху рјешавања задатог проблема. 2.в. Примјењује адицијске теореме, триг. функције двоструког и половичног угла, формуле претварања и сл. 2.г. Повезује графике функције с формулом и обратно. 2.д. Примјењује својства инверзних функција. 2.ђ. Израчунава граничне вриједности функција (рационалних, ирационалних, облика $(1 + \frac{1}{x})^x$).	2.а. Испитује особине функције (домен, кодомен, коријен, парност, периодичност, асимптоте, монотоност, екстремне и сл.). 2.б. Претвара математичке моделе у нове, који служе при рјешавању задатог проблема (примјењује различите записе: експоненцијални претвара у логаритамски и обратно зависно од ситуације; примјењује адицијске формуле, формуле двоструког и половичног угла, формуле претварања, биномни образац).
3.а. Примјењује аритметичке законитости и операције при трансформацији цијелих алгебарских израза. 3.б. Препознаје различите моделе задатих функција и међусобно их повезује.	3.а. Примјењује аритметичке законитости и операције при трансформацији разломљених алгебарских израза (укључујући и дијелење полинома). 3.б. Примјењује правила деривације инверзне функције и композиције функција.	3.а. Примјењује методу парцијалне интеграције. 3.б. Рјешава проблеме примјеном диференцијалног рачуна и одређеног интеграла (проблем минимума и максимума, површине равних фигура). 3.в. Повезује диференцијални рачун са појмом брзине и прираштаја.

3. в. Примјењује правила диференцијалног и интегралног рачуна (табеларни изводи и интегрални).	3. в. Примјењује диференцијални рачун за одређивање нагиба, пада и раста функције, стационарних тачака и интервала монотоности. 3. г. Примјењује методу супституције за рјешавање интеграла.	
		4.а. Примјењује функције у стварним ситуацијама.
2. Компонента: Једначине, неједначине и њихово представљање Исходи учења: 1. Саставља и записује симболима једначине и неједначине при рјешавању проблема, те образлаже графички и усмено њихову смисленост. 2. Аргументује поступке за рјешавање једначина, неједначина и система. 3. Дискутује о рјешењима у контексту проблема и графички их приказује.		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Саставља једначине и неједначине (линеарне, квадратне) у скуповима R и C . 1.б. Користи различите записе једначина праве.	1.а. Саставља системе једначина и неједначина (линеарне, квадратне) у скуповима R и C . 1.б. Тумачи информације приказане у линеарним и нелинеарним графицима.	1.а. Саставља експоненцијалне, логаритамске и тригонометријске једначине и неједначине.
2.а. Рјешава квадратне једначине и неједначине. 2.б. Рјешава неједначине облика: $a \cdot b \geq 0$, $a \cdot b \leq 0$, $a/b \geq 0$, $a/b \leq 0$ (a и b полиноми). 2.в. Рјешава системе од једне линеарне и једне квадратне једначине. 2.г. Рјешава тригонометријске једначине облика нпр. $\sin x = a$, $-1 \leq a \leq 1$	2.а. Одређује домene једначина и неједначина. 2.б. Рјешава експоненцијалне и логаритамске једначине које се могу свести на облик $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ 2.в. Рјешава тригонометријске једначине које се могу свести на квадратне. 2.г. Рјешава ирационалне једначине нпр. облика: $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$	2.а. Рјешава тригонометријске једначине и неједначине примјеном универзалне тригонометријске смјене. 2.б. Рјешава експоненцијалне и логаритамске неједначине. 2.в. Рјешава експоненцијалне и логаритамске једначине које се не могу ријешити примјеном својства ињективности. 2.г. Рјешава ирационалне једначине са више парних корјенова и неједначине. 2. д Рјешава системе квадратних једначина. 2.ђ. Рјешава системе експоненцијалних и логаритамских једначина.

		2. е. Рјешава проблемске задатке који се свode на систем од једне линеарне и једне квадратне једначине и системе квадратних једначина.
3.а. Дискутује о рјешењима линеарних једначина, неједначина и њихових система, те их представља графички.	3.а. Дискутује о рјешењима линеарних једначина и система линеарних једначина са параметрима. 3.б. Дискутује о рјешењима квадратних једначина и неједначина, те их представља графички.	3.а. Дискутује о рјешењима једначина вишег реда, неједначина и система, те их по могућности представља графички (на бројевној правој, координатном систему, комплексној равни и бројевној кружници и дијаграмима). 3.б. Приказује и тумачи рјешења у контексту датог проблема.
3. Компонента: Елементи логики Исходи учења: 1. Формулише питања својствена математици и развија математичке претпоставке и аргументе. 2. Логички закључује и примјењује математички доказ као кључни математички аспект.		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Користи појам исказа и исказне формуле. 1.б. Разликује претпоставку и тврдњу.	1.а. Примјењује Булову (George Bool) алгебру.	1.а. Доказује истинитост исказне формуле табеларно. 1.б. Разликује потребан и довољан услов.
2.а. Користи математичку логику и аналогију код закључивања.	2.а. Користи индуктивни и дедуктивни начин закључивања.	2.а. Користи елементе анализе и синтезе при рјешавању сложених математичких структура и модела. 2.б. Користи математичку индукцију за доказивање тврдњи које се односе на природне бројеве (идентитети, дјелљивост, неједнакости).

3. ОБЛАСТ: ГЕОМЕТРИЈА И МЈЕРЕЊА

1. Компонента: **Ликови, тијела и трансформације**

Исходи учења:

1. Анализира својства и односе геометријских елемената, те користи симболе и различите приказе.
2. Синтетише математичке аргументе о геометријским односима; анализира својства дводимензионалних и тродимензионалних геометријских облика и фигура (ликова и тијела).
3. Утврђује геометријска својства у објектима из реалног свијета, те моделује просторне односе при рјешавању проблема.
4. Користи геометријске трансформације у подударности и сличности геометријских фигура.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Препознаје криве другог реда. 1.б. Приказује векторе у координатном систему (векторски производ). 1.в. Представља комплексне бројеве у Гаусовој равни.	1.а. Тумачи угао између праве и криве и угао између двије криве. 1.б. Примјењује Талесову теорему у проблемским задацима. 1.в. Примјењује особине тангентног и тетивног четвороугла. 1.г. Анализира односе између тачака, правих и равни.	1.а. Примјењује теореме планиметрије у доказима. 1.б. Анализира односе тачке, праве и кривих другог реда.
2.а. Комбинује својства фигура у равни за рјешавање проблемских задатака.	2.а. Комбинује својства усправних геометријских тијела за рјешавање проблемских задатака.	2.а. Комбинује својства косих геометријских тијела за рјешавање проблемских задатака. 2.б. Рјешава проблемске задатке користећи једначине кривих другог реда и њихових тангенти. 2.в. Примјењује теореме о складности и сличности троугла на проблемске задатке. 2.г. Користи равне пресјеке призме, пирамиде и ротационих тијела при рјешавању проблема.
	3.а. Анализира односе из стварног свијета користећи се својствима дводимензионалних и тродимензионалних облика.	3.а. Анализира односе из свијета око себе користећи се складношћу, сличношћу и симетријом.

		4.а. Рјешава геометријске проблеме користећи изометријске трансформације у равни и простору и тригонометријске релације.
2. Компонента: Мјере и мјерења Исходи учења: 1. Анализира мјерљива обиљежја објеката и појава, комбинује мјерне инструменте, мјерне јединице, мјерне системе у процесима мјерења. 2. Процјењује и предвиђа резултате мјерења.		
ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Претвара величину угла израженог у степенима у радијане и обрнуто. 1.б. Примјењује различите мјерне јединице при израчунавању површине и запремине геометријских фигура у равни и простору.	1.а. Примјењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама.	1.а. Примјењује синусну и косинусну теорему.
		2.а. Процјењује и предвиђа резултате мјерења у проблемским задацима.

4. ОБЛАСТ: ПОДАЦИ И ВЈЕРОВАТНОЋА

1. Компонента: Прикупљање, организација, представљање и тумачење података

Исходи учења:

1. Формулише проблем, прикупља и обрађује податке из различитих извора, те их приказује у различитим формама.
2. Интерпретира, дискутује о добијеним подацима и резултатима истраживања.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Идентификује податке који се могу обрадити статистичким методама. 1.б. Прикупља, класификује и повезује податке.	1.а. Представља податке у погодним формама према типу и садржају проблема (листом, табелом, табелом фреквенција, графиком, линијским, ступчастим и кружним дијаграмима).	1.а. Одређује фреквенцију податка, мод, медијан, аритметичку средину и стандардну девијацију.
2. а Упореджује податке приказане на различите начине.	2.а. Разликује појмове популације и узорка.	2.а. Анализира резултате истраживања.

2. Компонента: Елементи вјеројатноће

Исходи учења:

1. Користи статистичке анализе с циљем прогнозе проблемског питања.
2. Користи елементе комбинаторике с циљем процјењивања и предвиђања догађаја.

ОСНОВНИ НИВО	СРЕДЊИ НИВО	НАПРЕДНИ НИВО
Ученик:		
1.а. Одређује скуп свих повољних и свих могућих догађаја.	1а. Одређује догађај супротан датом и његову вјеројатноћу (сума њихових вјеројатноћа једнака је 1). 1.б. Разликује зависне и независне догађаје. 1.в. Процјењује да понављањем експеримента не мора добити исти исход.	1.а. Рачуна вјеројатноћу у проблемима из свакодневног живота.
2.а. Пребројава могућности (различитих избора или начина) у реалним ситуацијама. 2.б. Приказује/демонстрира комбинације и распореде елемената неког скупа.	2.а. Примјењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина), израчунава број пермутација, варијација и комбинација елемената датог скупа.	2.а. Рјешава проблеме користећи одговарајућу стратегију из комбинаторике. 2.б. Дискутује о могућим рјешењима датог проблема. 2.в. Повезује вјеројатноћу и комбинаторику.