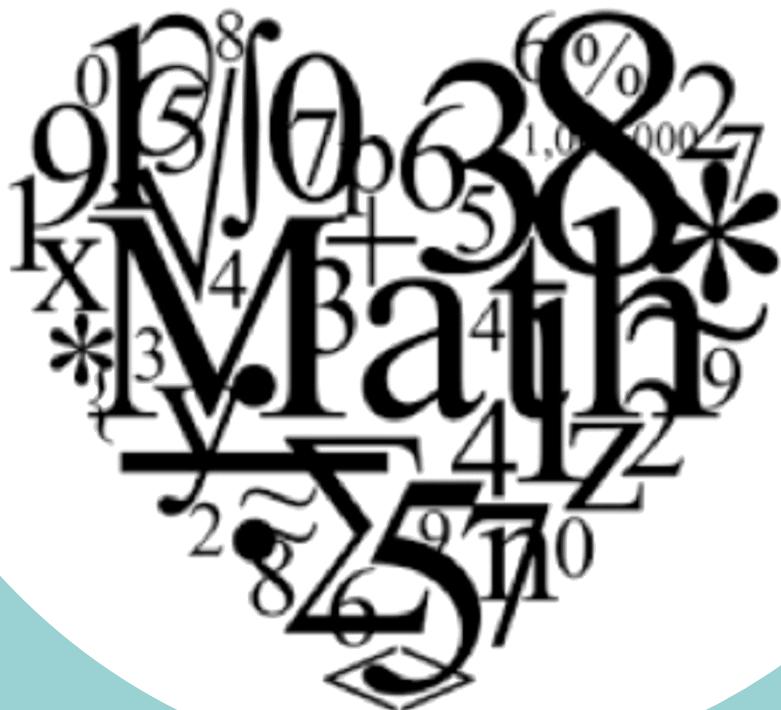


# Matematika

STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA  
ZA MATEMATIKU



Dokument je usvojen na 11. sjednici Odbora Agencije za predškolsko, osnovno i srednje obrazovanje održanoj 22. prosinca 2020. godine.

**STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA ZA MATEMATIKU**  
**KRAJ 3. RAZREDA**

**1. OBLAST: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE**

**1. komponenta: Skupovi, brojevi i brojevni sustavi**

**Ishodi učenja:**

1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim oblicima prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.
2. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sustava, koristi simbole i različite prikaze.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Udružuje elemente prema zajedničkim osobinama.</p> <p>2.a Povezuje brojnost elemenata skupa s brojevnom riječi i brojem.</p> <p>2.b Razlikuje broj od znamenke i brojevne riječi.</p> <p>2.c Čita i zapisuje prirodne brojeve do 100 (uključujući i 0) znamenkama i brojevnom riječi.</p> <p>2.d Uspoređuje prirodne brojeve do 100 (uključujući i 0) koristeći simbole &lt;, =, &gt;.</p> <p>2.e Raspoređuje brojeve prema zadanom zahtjevu (npr. od manjeg k većem, od većeg k manjem).</p> <p>2.f Čita i zapisuje redne brojeve do 100 znamenkama i brojevnim riječima.</p> <p>2.g Prepoznaže parni i neparni broj.</p> <p>2.h Određuje sljedbenika i prethodnika zadanog broja.</p> <p>2.i Razlikuje jednoznamenkaste od dvoznamenkastih brojeva.</p> <p>2.j Prepoznaže vrijednost broja prikazanog u tablici mjesnih vrijednosti.</p>	<p>1.a Predstavlja skupove grafički prema zadanom zahtjevu.</p> <p>1.b Uspoređuje skupove prema brojnosti.</p> <p>2.a Upisuje na brojevni polupravac brojeve do 100 prema zahtjevu „manji od ...“ i „veći od ...“.</p> <p>2.b Određuje broj na osnovi zadanog prethodnika ili sljedbenika.</p> <p>2.c Određuje broj prema zahtjevu „biti između“.</p> <p>2.d Čita i zapisuje brojeve do 20 napisane rimskim oznakama pomoću brojevne riječi ili arapskim znamenkama.</p> <p>2.e Koristi slovo kao znak za nepoznati broj.</p> <p>2.f Prikazuje dvoznamenkaste brojeve u tablici mjesnih vrijednosti.</p> <p>2.g Zapisuje znamenkama odgovarajući redni broj zadanog glavnog broja do 100 i obratno.</p> <p>2.h Uspoređuje parove brojeva prikazanih različitim oblicima (npr. <math>3D = 3 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = 30</math>, <math>2 \cdot 10 + 8 \cdot 1 &gt; 2 \cdot 10 + 7 \cdot 1</math>).</p>	<p>1.a Dopunjava i izmješta elemente skupa prema zadanom zahtjevu.</p> <p>1.b Koristi skupove za prikazivanje prirodnih ili društvenih pojava.</p> <p>2.a Zapisuje brojeve do 20 rimskim oznakama.</p> <p>2.b Određuje sljedbenika u složenoj pojmovnoj situaciji (npr. najvećeg jednoznamenkastog parnog broja).</p>

## 2. komponenta: Računske operacije

### Ishodi učenja:

- Bira i kombinira strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.
- Procjenjuje opravdanost i preciznost izabranih strategija, metoda, operacija i dobivenih rješenja, te diskutira o krajnjem rješenju u kontekstu problema.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
<p>1.a Imenuje članove računskih operacija zbrajanja i oduzimanja.</p> <p>1.b Zbraja i oduzima dva dvoznamenkasta broja bez prijelaza.</p> <p>1.c Rješava zadatke zbrajanja i množenja u kojima je nula jedan od članova i oduzimanja gdje je nula umanjitelj ili razlika.</p> <p>1.d Izračunava broj prema zahtjevu „manji za...“ i „veći za...“.</p> <p>1.e Prepoznaje zbrajanje i oduzimanje kao suprotne računske operacije.</p> <p>1.f Prepoznaje svojstvo zamjene mjesta pribrojnika (komutativnost).</p>	<p>1.a Zbraja i oduzima brojeve s prijelazom.</p> <p>1.b Prikazuje množenje kao uzastopno zbrajanje istog broja ili dijeljenje kao uzastopno oduzimanje istog broja.</p> <p>1.c Množi i dijeli u okviru tablice množenja.</p> <p>1.d Imenuje nazive članova računskih operacija množenja i dijeljenja.</p> <p>1.e Zapisuje i izračunava brojevni izraz s jednom matematičkom operacijom na osnovi zadane problemske situacije.</p> <p>1.f Identificira višekratnike zadanog broja u okviru tablice dijeljenja.</p> <p>1.g Prikazuje parni broj kao zbroj dva jednakaka broja.</p> <p>1.h Prepoznaje svojstvo zamjene mjesta faktora (komutativnost).</p>	<p>1.a Prikazuje problemsku situaciju iz svakodnevnog života pomoću brojevnog izraza.</p> <p>1.b Izračunava brojevne izraze s više računskih operacija sa i bez zagrade.</p> <p>1.c Zbraja i oduzima s mjernim jedinicama istog naziva (minuta, sat, dan, tjedan, godina, centimetar, metar) u skupu brojeva do 100.</p> <p>1.d Izračunava broj koji odgovara zadanom opisu oblika “n puta veći” i “n puta manji”.</p> <p>1.e Prepoznaje svojstvo udruživanja tri pribrojnika na različite načine (asocijativnost).</p> <p>1.f Identificira množenje i dijeljenje kao suprotne računske operacije.</p>
	<p>2.a Odabire točan brojevni izraz s dvije matematičke operacije koji predstavlja danu problemsku situaciju.</p> <p>2.b Primjenjuje vezu zbrajanja i oduzimanja kod provjere rezultata.</p>	<p>2.a Određuje koji je brojevni izraz sa zagradama jednak danom izrazu bez zagrada.</p> <p>2.b Primjenjuje vezu množenja i dijeljenja kod provjere rezultata.</p>

## 2. OBLAST: ALGEBRA

### 1. komponenta: Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i njihova primjena

#### Ishodi učenja:

1. Analizira zakonitosti, odnose, ovisnosti, veze i funkcije u matematici i stvarnom svijetu.
2. Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture uporabom algebarskih simbola i različitih notacija (zapisu), grafika i dijagrama te na temelju njih generalizira.
3. Primjenjuje matematičke modele za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.
4. Analizira i formulira pretpostavke promjena u različitim kontekstima.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Učenik:</b>		
1.a Nastavlja dani niz geometrijskih likova prema započetom uzorku.	1.a Nastavlja dani niz parnih i neparnih brojeva do 100 prema započetom uzorku.	1.a Nastavlja niz brojeva do 20 napisanih rimskim oznakama prema započetom uzorku. 1.b Nastavlja dani niz višekratnih brojeva u okviru tablice množenja i dijeljenja prema započetom uzorku.
		2.a Algebarskim izrazom predstavlja zadanu problemsku situaciju.
3.a Uvrštava broj u algebarski izraz.	3.a Prikazuje prirodne brojeve koristeći zadane jedinice za dužinu.	3.a Izračunava vrijednost algebarskog izraza.
	4.a Identificira vrijednost nepoznate znamenke u danoj jednakosti ili nejednakosti bez računanja. (npr. $4\_ = 46$ ; $1\_ < 18$ )	4.a Određuje nepoznati broj tako da dana jednakost ili nejednakost bude točna. (npr. $3+2 < \_ + 2$ ; $3+2 = 1 + \_$ )

## 2. komponenta: Jednažbe, nejednadžbe i njihovo predstavljanje

### Ishodi učenja:

1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednadžbe i nejednadžbe pri rješavanju problema te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.
2. Argumentira postupke za rješavanje jednadžbi, nejednadžbi i sustava.
3. Diskutira o rješenjima u kontekstu problema; grafički prikazuje rješenja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<i>Včenik:</i>		
1.a Prepoznaće danu jednakost kao jednadžbu.	1.a Zapisuje matematički problem putem jednadžbe s jednom računskom operacijom (zbrajanje ili oduzimanje). 1.b Koristi simbole $<$ , $=$ , $>$ da dobije točnu jednakost ili nejednakost.	1.a Opisuje problemsku situaciju elementarnom brojevnom nejednakosti. 1.b Rješava jednadžbe oblika: $a + x = b$ , $x - a = b$ , $a - x = b$
		2.a Bira točan postupak rješavanja zadane jednadžbe među ponuđenim opisima.
	3.a Provjerava točnost dobivenog rješenja jednadžbe. 3.b Predviđa rješenje dane jednadžbe s jednom računskom operacijom (zbrajanje ili oduzimanje).	

## 3. komponenta: Elementi logike

### Ishodi učenja:

1. Formulira pitanja svojstvena matematici i razvija matematičke prepostavke i argumente.
2. Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz kao ključni matematički aspekt.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<i>Včenik:</i>		
	1.a Među ponuđenim tvrdnjama odabire točno tumačenje matematičkih svojstava i odnosa ("ako ...onda..." ; "...jer je ...").	1.a Provjerava točnost dobivenog rješenja problemske situacije koristeći "ako....onda", "...jer je....".
	2.a Zaključuje po analogiji (npr. zbrajanje desetica je analogno zbrajanju jedinica).	2.a Zaključuje induktivnim putem. 2.b Provjerava istinitost tvrdnje na konkretnom primjeru.

### 3. OBLAST: GEOMETRIJA I MJERENJA

#### 1. komponenta: Likovi, tijela i transformacije

##### Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata te koristi simbole i različite prikaze.
2. Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima; analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih oblika i likova.
3. Identificira geometrijska svojstva u objektima iz stvarnog svijeta te modelira prostorne odnose pri rješavanju problema.
4. Koristi geometrijske transformacije u podudarnosti i sličnosti geometrijskih likova.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
<p>1.a Prepoznaže ravne, krive, izlomljene, otvorene i zatvorene linije.</p> <p>1.b Prepoznaže pravac.</p>	<p>1.a Crta ravne, krive, izlomljene, otvorene i zatvorene linije.</p> <p>1.b Označava presjek linija.</p> <p>1.c Određuje pripadnost točaka zadanoj crti (krivoj ili izlomljenoj).</p> <p>1.d Crta i označava dužinu.</p> <p>1.e Nabraja dijelove izlomljene crte.</p> <p>1.f Označava i imenuje presjek crta.</p>	<p>1.a Određuje dužine na danome pravcu.</p>
<p>2.a Razlikuje geometrijska tijela: valjak, kocka, kvadar, piramida, stožac, krug.</p> <p>2.c Istiće i imenuje vrhove geometrijskih likova.</p> <p>2.d Prepoznaže stranice trokuta, kvadrata i pravokutnika kao dužine.</p> <p>2.e Razlikuje geometrijske likove: krug, kvadrat, pravokutnik i trokut.</p>	<p>2.a Prepoznaže strane geometrijskih tijela kao dužine.</p> <p>2.b Prepoznaže geometrijske likove kao strane geometrijskih tijela.</p> <p>2.c Crta geometrijske likove.</p> <p>2.d Prepoznaže pravi kut na crtežu kvadrata i pravokutnika koristeći geometrijski pribor – trokut.</p>	<p>2.a Razlikuje ravne i krive crte i strane na crtežima geometrijskih tijela.</p> <p>2.b Uspoređuje brojnost strana i vrhova geometrijskih tijela.</p> <p>2.c Određuje brojnost geometrijskih likova i tijela na danom crtežu.</p> <p>2.d Određuje pripadnost točaka geometrijskim likovima na zadanim crtežima.</p> <p>2.e Uspoređuje brojnost stranica i vrhova kvadrata, trokuta i pravokutnika.</p> <p>2.f Dopunjava crteže kvadrata, pravokutnika i trokuta u kvadratnoj mreži.</p>

3.a Prepoznae predmete iz okruženja koji imaju oblik nekog geometrijskog tijela ili lika.	3.a Razvrstava predmete iz svog okruženja prema obliku i veličini.	3.b Modelira zadani lik od ponuđenih geometrijskih likova i obratno.
4.a Prepoznae simetriju na danim geometrijskim tijelima, likovima ili predmetima iz svakodnevnog života.	4.a Crti simetrični dio (drugu polovicu) zadanih likova ili tijela.	4.a Prepoznae na danim slikama simetrije lika.
<b>2. komponenta: Mjere i mjerena</b> <b>Ishodi učenja:</b>		
1. Analizira mjerljiva obilježja predmeta i pojava, kombinira mjerne instrumente, mjerne jedinice i mjerne sustave u procesima mjerena. 2. Procjenjuje i predviđa rezultate mjerena.		

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<i>Včenik:</i>		
1.a Prepoznae i imenuje mjerne instrument za vrijeme, dužinu i temperaturu.	1.a Mjeri dužinu, visinu, širinu.  1.b Očitava vrijeme na satu s kazaljkama.	1.a Povezuje vrijeme iskazano riječima ili brojevnim zapisom s odgovarajućim crtežom sata.
1.b Imenuje mjerne jedinice za vrijeme (minuta, sat, dan, tjedan, mjesec, godina), dužinu (centimetar, decimetar i metar) i novac (konvertibilna marka, fening).	2.a Uspoređuje vremenske intervale, dužinu, širinu, visinu i temperaturu.	2.a Predviđa potreban vremenski interval ili vrijednost novca s jednostavnim situacijama iz života prikazane crtežom ili opisane riječima.

#### 4. OBLAST: PODACI I VJEROJATNOĆA

##### 1. komponenta: Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka

###### Ishodi učenja:

1. Formulira problem; prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih predstavlja u različitim formama.
2. Interpretira, diskutira o dobivenim podacima i rezultatima istraživanja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Identificira problem u kontekstu danih podataka.	1.a Prikuplja podatke koji proizlaze iz svakodnevnog života . 1.b Razvrstava podatke o jednostavnoj pojavi iz okoline prema danom kriteriju.	1.a Prikazuje zadate podatke pomoću tablice i stupičastog dijagrama.  2.a Čita podatke iz grafičkog prikaza (tablice i stupičastog dijagrama).

##### 2. komponenta: Elementi vjerojatnoće

###### Ishodi učenja:

1. Koristi statističke analize s ciljem prognoze u kontekstu problemskog pitanja.
2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
	1.a Prebrojava različite ishode konkretnog događaja iz svakodnevnog života koristeći grafičke prikaze.	1.a Uspoređuje zadane primjere konkretnih događaja iz svakodnevnog života koristeći pojmove „manje vjerojatno”, „jednako vjerojatno” i „vjerojatnije”.
	2.a Određuje različite rasporede elemenata nekog skupa u kojem je važan poredak (npr. kućni broj 15 ili 51). 2.b Za zadane primjere konkretnih događaja iz života određuje jesu li „slučajni”, „mogući”, „nemogući” ili „sigurni”.	2.a Bira među ponuđenim točnu tvrdnju tumačenja podataka prikazanih tablicom i stupičastim dijagramom.

**STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA ZA MATEMATIKU  
KRAJ 6. RAZREDA**

<b>1. OBLAST: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE</b>		
<b>1. komponenta: Skupovi, brojevi i brojevni sustavi</b>		
<b>Ishodi učenja:</b>		
<b>Učenik:</b>		
OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<p>1.a Prikazuje grafički skupove (Euler-Vennov dijagram).</p> <p>1.b Koristi simbole za određivanje pripadnosti elemenata skupa.</p> <p>1.c Bira među ponuđenim odgovorima element koji nedostaje u grafički prikazanom skupu.</p>	<p>1.a Zapisuje skupove u ekvivalentnim zapisima.</p> <p>1.b Određuje podskup, uniju, presjek i razliku skupova.</p> <p>1.c Zaključuje kada su uređeni parovi jednaki.</p>	<p>1.a Prikazuje situaciju iz svakodnevnog života pomoću skupova.</p>
<p>2.a Zapisuje i čita više znamenkaste prirodne brojeve i pozitivne racionalne brojeve.</p> <p>2.b Uspoređuje više znamenkaste prirodne brojeve i pozitivne racionalne brojeve.</p> <p>2.c Bira među ponuđenim odgovorima pravilan zapis pozitivnog decimalnog broja u obliku pozitivnog razlomka.</p> <p>2.d Koristi se rimskim brojevima u različitim zapisima.</p>	<p>2.a Određuje mjesnu vrijednost znamenki danog broja.</p> <p>2.b Izražava razlomkom osjenčani dio lika.</p> <p>2.c Razlikuje prave i neprave razlomke, mješovite brojeve i izražava veličine u obliku razlomaka.</p> <p>2.d Razlikuje jednostavne i složene brojeve.</p> <p>2.e Prepozna svojstva skupova <math>\mathbb{N}</math> i <math>\mathbb{Q}^+</math></p>	<p>2.a Navodi jednostavne brojeve u određenom intervalu prema zahtjevu „veći od“ i „manji od“.</p>

## 2. komponenta: Računske operacije

### Ishodi učenja:

- Bira i kombinira strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.
- Procjenjuje opravdanost i preciznost izabranih strategija, metoda, operacija i dobivenih rješenja, te diskutira o krajnjem rješenju u kontekstu problema.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
<p>1.a Izvodi računsku operaciju zbrajanja i oduzimanja višeznamenkastih prirodnih brojeva.</p> <p>1.b Izvršava računsku operaciju dijeljenja dvoznamenkastog broja s jednoznamenkastim brojem bez ostatka.</p> <p>1.c Zbraja i oduzima razlomke jednakih nazivnika.</p> <p>1.d Računa vrijednost izraza koristeći različita svojstva operacija u skupu prirodnih brojeva uz jednu pogrešku u računu (pri kraju računanja).</p> <p>1.e Primjenjuje pravilo djeljivosti dekadskim jedinicama u skupu prirodnih brojeva.</p> <p>1.f Primjenjuje pravila djeljivosti s brojevima 2 i 5.</p>	<p>1.a Izvodi računske operacije množenja i dijeljenja znamenkastih prirodnih brojeva.</p> <p>1.b Uspoređuje vrijednosti brojevnih izraza (npr. <math>465+(535-11) \square (965+189)-165</math>).</p> <p>1.c Postavlja brojevni izraz s prirodnim brojevima i zagradama koji odgovara danoj situaciji.</p> <p>1.d Primjenjuje pravilo djeljivosti s 4.</p> <p>1.e Množi i dijeli pozitivne razlomke.</p> <p>1.f Rastavlja broj na jednostavne faktore.</p> <p>1.g Računa najveći zajednički djelitelj (NZD) i najmanji zajednički višekratnik (NZV) danih brojeva.</p>	<p>1.a Zbraja i oduzima razlomke različitih nazivnika.</p> <p>1.b Množi i dijeli decimalne brojeve.</p> <p>1.c Rješava brojni izraz uz primjenu svojstava računskih operacija kombinirajući različite metode rješavanja.</p> <p>1.d Rješava problemske zadatke pomoću računskih operacija s prirodnim brojevima, pozitivnim razlomcima i decimalnim brojevima.</p> <p>1.e Primjenjuje pravila djeljivosti s 3 i 9.</p> <p>1.f Primjenjuje pravila djeljivosti prozvoda, odnosno zbroja brojeva.</p> <p>1.g Primjenjuje NZD i NZV pri rješavanju problemskih zadataka.</p>
	<p>2.a Zaokružuje decimalni broj na decimalni broj s točno određenim brojem decimalnih mesta ili cijeli broj.</p> <p>2.b Provjerava točnost dobivenih rješenja u kontekstu problemskog zadatka.</p>	<p>2.a Procjenjuje rezultat u problemskom zadatku.</p>

## 2. OBLAST: ALGEBRA

### 1. komponenta: Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i njihova primjena

#### Ishodi učenja:

1. Analizira zakonitosti, odnose, ovisnosti, veze i funkcije u matematici i stvarnom svijetu.
2. Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture uporabom algebarskih simbola i različitih notacija (zapisu), grafika i dijagrama te na temelju njih generalizira.
3. Primjenjuje matematičke modele za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.
4. Analizira i formulira pretpostavke promjena u različitim kontekstima.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Prepoznaće nepoznanicu u matematičkom zapisu.	1.a Određuje članove koji nedostaju u zadanim nizu. 1.b Razlikuje pojmove jednakosti, jednadžbe, nejednakosti, nejednadžbe (koristi se i simbolima $\geq$ , $\leq$ ).	1.a Oblikuje nizove pozitivnih razlomaka jednakih nazivnika, decimalnih brojeva, djelitelja i višekratnika prirodnog broja uvažavajući zadati kriterij.
2.a Predstavlja količnik dva prirodna broja u obliku razlomka i obratno.  2.b Povezuje decimalni broj sa stvarnim životnim situacijama (cijene u trgovini, težina, ...).	2.a Zapisuje mješoviti broj u obliku razlomka i obratno. 2.b Zapisuje dekadske razlomke i razlomke koji se mogu svesti na polovine u obliku decimalnog broja i obratno.	2.a Zapisuje razlomak u obliku decimalnog broja i obratno.
3.a Uspoređuje razlomke jednakih nazivnika po veličini (sa i bez brojevnog polupravca).	3.a Uvrštava brojeve umjesto promjenljivih u algebarskim izrazima i izračunava vrijednost.  3.b Pridružuje/očitava koordinate nenegativnih racionalnih brojeva na brojevnom polupravcu.	3.a Uspoređuje razlomke i mješovite brojeve po veličini (sa i bez brojevnog polupravca).
	4.a Prosuđuje o vrijednosti algebarskog izraza pri povećanju ili smanjenju veličine promjenljive.	4.a Objasnjava promjenu rezultata računske operacije ovisno o promjeni jednog člana brojevnog izraza (prirodnika, faktora).

**2. komponenta: Jednadžbe, nejednadžbe i njihovo predstavljanje**

**Ishodi učenja:**

1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednadžbe i nejednadžbe pri rješavanju problema te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.
2. Argumentira postupke za rješavanje jednadžbi, nejednadžbi i sustava.
3. Diskutira o rješenjima u kontekstu problema; grafički prikazuje rješenja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Učenik:</b>		
	<p>1.a Modelira linearnom jednadžbom oblika <math>ax=b</math>, <math>x/a=b</math> i <math>a/x=b</math> problemsku situaciju (<math>a</math>, <math>b</math>, <math>x</math> su elementi skupa <math>N</math>).</p>	<p>1.a Modelira linearnom nejednadžbom oblika <math>a \pm x \leq b</math>, <math>x \pm a \leq b</math>, <math>ax \leq b</math> problemsku situaciju (<math>a</math>, <math>b</math>, <math>x</math> su elementi skupa <math>N</math>).</p>
	<p>2.a Tumači postupak rješavanja jednadžbi oblika <math>ax = b</math>, <math>x/a=b</math> i <math>a/x=b</math> (<math>a</math>, <math>b</math>, <math>x</math> su elementi skupa <math>N</math>).</p> <p>2.b Tumači i raščlanjuje postupak rješavanja nejednažbi oblika, <math>a \pm x \leq b</math>, <math>x \pm a \leq b</math>, <math>ax \leq b</math> (<math>a</math>, <math>b</math>, <math>x</math> su elementi skupa <math>N</math>).</p>	<p>2.a Određuje prirodne brojeve <math>n</math> koji zadovoljavaju nejednakost oblika <math>\frac{n}{a} &lt; \frac{b}{c}</math> (<math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> su elementi skupa <math>N</math>).</p> <p>2.b Rješava jednadžbe <math>a+x=b</math>, <math>a-x=b</math>, <math>x-a=b</math> s pozitivnim razlomcima/decimalnim brojevima.</p>
<p>3.a Provjerava točnost ponuđenih rješenja dane jednadžbe.</p> <p>3.b Provjerava točnost ponuđenog rješenja dane nejednadžbe na brojevnom polupravcu.</p>	<p>3.a Obrazlaže rješenje nejednadžbe na brojevnom polupravcu.</p>	<p>3.a Diskutira o rješenju jednažbe i nejednadžbe u kontekstu danog problema.</p>

### 3. komponenta: Elementi logike

#### Ishodi učenja:

1. Formulira pitanja svojstvena matematici i razvija matematičke pretpostavke i argumente.
2. Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz kao ključni matematički aspekt.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
	<p>1.a Sastavlja i tumači rečenice oblika „ako ...onda“ pri povezivanju računskih radnji, osobina računskih radnji, osobina geometrijskih likova i sl.</p>	<p><b>1.a</b> Analizira i provjerava različite hipoteze.</p>
	<p>2.a Uspoređuje osobine računskih radnji u skupu No po analogiji (red računskih radnji, zgrade).</p> <p>2.b Primjenjuje induktivni način zaključivanja.</p> <p>2.c Pokazuje istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima.</p>	<p>2.a Primjenjuje deduktivni način zaključivanja.</p>

### 3. OBLAST: GEOMETRIJA I MJERENJA

#### 1. komponenta: Likovi, tijela i transformacije

#### Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata te koristi simbole i različite prikaze.
2. Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima; analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih likova i tijela.
3. Identificira geometrijska svojstva u predmetima iz stvarnog svijeta te modelira prostorne odnose pri rješavanju problema.
4. Koristi geometrijske transformacije u skladnosti i sličnosti geometrijskih tijela.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
<p>1.a Crta i označava kut (vrh, kraci).</p> <p>1.b Razlikuje i označava paralelne i okomite crte.</p> <p>1.c Pridružuje točkama brojne polupravce, prirodan broj i nulu.</p> <p>1.d Prepoznaje u kakvom su odnosu kružnica i crta (na crtežu).</p> <p>1.e Pomoću matematičkih simbola zapisuje pripada li točka pripada pravcu ili polupravcu.</p> <p>1.f Razlikuje kružnicu i krug na crtežu.</p>	<p>1.a Na danom crtežu identificira broj polupravaca.</p> <p>1.b Crta pravac koja prolazi kroz danu točku i koji je paralelan ili okomit danome pravcu.</p> <p>1.c Razlikuje vrste kutova (konveksne i nekonveksne, komplementne i suplementne).</p>	<p>1.a Koristeći matematičke simbole određuje u kakvom su odnosu dužina i polupravac; dužina i pravac; polupravac i pravac u ravnini.</p>

	<p>1.d Vrši grafičko računanje s kutovima (zbrajanje i oduzimanje).</p> <p>1.e Identificira točke koje pripadaju krugu i kružnici.</p> <p>1.f Razlikuje dijelove kruga i kružnice (kružni isječak, kružni odsječak, kružni luk).</p>	
<p>2.a Crta trokut i četverokut pomoću geometrijskog pribora.</p> <p>2.b Crta kružnicu i krug danog polumjera.</p> <p>2.c Određuje zbroj i razliku dvije dužine.</p>	<p>2.a Razlikuje vrste trokuta prema dužini stranica i veličini unutrašnjih kutova.</p> <p>2.b Konstruira jednake kutove, jednakoststranični i jednakokračni trokut.</p> <p>2.c Povezuje mrežu kvadra i kocke s odgovarajućim tijelom.</p> <p>2.d Pronalazi slične likove na danom crtežu.</p>	<p>2.a Konstruira simetralu dužine.</p> <p>2.b Konstruira raznostranični trokut zadanih dužina stranica.</p>
<p>3.a Rastavlja pravokutnik na jedinične kvadrate i određuje njihov broj.</p>	<p>3.a Određuje s koliko se jediničnih kocki može modelirati kvadar danih dimenzija.</p>	<p>3.a Povezuje geometrijske likove u cjeline (npr. procjenjuje od kojih se ponuđenih kvadrata i pravokutnika danih na crtežu može napraviti mreža kocke ili kvadra).</p> <p>3.b Upotrebljava svojstva za opisivanje i uspoređivanje trodimenzionalnih oblika (kocke, kvadra) i povezuje ih sa svojim dvodimenzionalnim predstavljanjem.</p>
<p>4.a Crta osnosimetričnu sliku lika (točke, dužine).</p> <p>4.b Prepoznaje centralnosimetrične i osnosimetrične likove u ravnini.</p>	<p>4.a Preslikava translacijom likove (dužinu, trokut, četverokut) u ravnini.</p>	<p>4.a Određuje osnosimetričnu sliku trokuta ili četverokuta u ravnini.</p> <p>4.b Određuje koliko osi simetrije ima lik na slici.</p>

## 2. Komponenta: Mjere i mjerena

### Ishodi učenja:

1. Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, kombinira mjerne instrumente, mjerne jedinice, mjerne sustave u procesima mjerena.
2. Procjenjuje i predviđa rezultate mjerena.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
<p>1.a Određuje opseg jednakostraničnog trokuta uz crtež.</p> <p>1.b Identificira mjeru jedinicu kojom se izražava opseg ili površina lika.</p>	<p>1.a Uspoređuje mjerne jedinice (za dužinu, vrijeme, veličinu kuta).</p> <p>1.b Izračunava opseg trokuta, kvadrata i pravokutnika uz crtež.</p> <p>1.c Izračunava površinu i obujam kvadra i kocke.</p>	<p>1.a Izračunava nepoznate strane danog opsega.</p> <p>1.b Izračunava zbroj kutova danih mjera, odnos stupnjeva kutova, minute i sekunde .</p> <p>1.c Izračunava opseg trokuta (stranice nisu izražene istom mernom jedinicom).</p> <p>1.d Određuje kolika je dužina stranice kvadrata na osnovu površine kvadrata.</p>
<p>2.a Uspoređuje dvije dužine na crtežu.</p>	<p>2.a Procjenjuje površine geometrijskih likova.</p>	<p>2.a Procjenjuje obujme geometrijskih tijela u obliku kocke ili kvadra.</p> <p>2.b Procjenjuje koji lik na crtežu ima veći opseg (npr. jednakostranični trokut ili kvadrat)</p>

#### 4. OBLAST: PODACI I VJEROJATNOĆA

##### 1. Komponenta: Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka

###### Ishodi učenja:

1. Formulira problem; prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora te ih prikazuje u različitim formama.

2. Interpretira, diskutira o dobivenim podacima i rezultatima istraživanja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Prepoznaže podatke potrebne za rješavanje zadanog problema.	1.a Prikuplja i razvrstava podatke prema zadanim kriterijima.  1.b Prikazuje podatke pomoću tablice frekvencija ili piktogramom.	1.a Prikazuje podatke pomoću kružnog ili stupčastog dijagrama.  1.b Koristi podatke iz jednog prikaza kako bi ih predstavio u drugom prikazu.
2.a Očitava podatke prikazane tablicama i piktogramima.	2.a Uspoređuje frekvencije danog obilježja na stupčastom dijagramu.	2.a Tumači podatke prikazane stupčastim ili kružnim dijagramom (npr. koliko je odličnih, vrlo dobrih u odjeljenju, broj učenika..)

##### 2. Komponenta: Elementi vjerojatnoće

###### Ishodi učenja:

1. Koristi statističke analize s ciljem prognoze problemskoga pitanja.

2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Razlikuje manje, više i jednako vjerojatne događaje na navedenom primjeru.		1.a Navodi primjere događaja koji su manje, više ili jednako vjerovatniji od navedenog događaja.
2.a Bira među ponuđenim odgovorima moguće i nemoguće događaje (npr. bacanje kocke).  2.b Određuje ishod mogućeg pojavljivanja događaja u jednostavnim igrama (npr. bacanje novčića, pola – cijelo, par – nepar, papir – kamen – škare itd.).	2.a Određuje događaje suprotne navedenim događajima.  2.b Utvrđuje je li ishod danog događaja manje vjerovatan, jednako vjerovatan, vjerovatniji ili nemoguć u problemskom zadatku (npr. u vrećici su 3 plave, 4 žute i 2 crne kuglice, izvlačimo jednu kuglicu...).	2.a Koristi grafički prikazane podatke za određivanje vjerojatnoće nekog događaja.

# STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA ZA MATEMATIKU KRAJ DEVETOGODIŠNJEZ ODGOJA I OBRAZOVANJA

## 1. OBLAST: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE

### **1. Komponenta: Skupovi, brojevi i brojevni sustavi**

**Ishodi učenja:**

1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim oblicima prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.
2. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sustava, te koristi simbole i različite prikaze.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Učenik:</b>		
1.a Uspoređuje skupove prema sličnostima i razlikama.	1.a Prikazuje rješenja jednadžbi i nejednadžbi pomoću skupova. 1.b Koristi uređeni par kao rješenje sustava jednadžbi.	1.a Određuje i prikazuje izravni proizvod dva skupa grafički i simbolički. 1.b Prepoznaže injektivno i surjektivno preslikavanje na osnovu grafičkog prikaza. 1.c Predstavlja domenu i kodomenu funkcije pomoću skupova.
2.a Prepoznaže kojem od skupova N, Z, Q, I i R pripada dani broj.	2.a Razlikuje prikaze realnih brojeva (racionalne i iracionalne brojeve) prema njihovu decimalnom zapisu. 2.b Uspoređuje realne brojeve i predstavlja ih na brojevnoj osi. 2.c Zapisuje postotak u obliku razlomka, decimalnog broja i obratno.	2.a Uspoređuje svojstva skupova N, Z, Q, I i R.

## 2. Komponenta: Računske operacije

### Ishodi učenja:

1. Bira i kombinira strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.
2. Procjenjuje opravdanost i preciznost izabranih strategija, metoda, operacija i dobivenih rješenja, te diskutira o krajnjem rješenju u kontekstu problema.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
<p>1.a Određuje suprotan broj, recipročnu vrijednost i absolutnu vrijednost broja.</p> <p>1.b Prepoznaće vrijednost drugog korijena prirodnog broja koji je potpuni kvadrat brojeva do 20.</p> <p>1.c Povezuje zapis <math>a^n</math>; <math>n</math> prirodan broj s odgovarajućim proizvodom.</p>	<p>1.a Određuje vrijednost brojevnog izraza sa zagradama i računskim operacijama sva tri reda.</p> <p>1.b Izvršava djelomično korjenovanje.</p>	<p>1.a Primjenjuje računske operacije trećeg reda u problemskim zadacima.</p>
<p>2.a Zaokružuje iracionalne brojeve na zadani broj decimala (uz pomoć kalkulatora).</p>	<p>2.a Provjerava točnost dobivenih rješenja u brojevnom izrazu s računskim operacijama sva tri reda.</p> <p>2.b Određuje broj decimala kvadrata decimalnog broja.</p>	<p>2.a Diskutira o dobivenim rješenjima u kontekstu problemskih situacija.</p> <p>2.b Analizira pogrešku u riješenom brojevnom izrazu.</p> <p>2.c Predviđa kojem intervalu pripada iracionalni broj zapisan u obliku korijena.</p>

## 2. OBLAST: ALGEBRA

### 1. Komponenta: Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i njihova primjena

#### Ishodi učenja:

- Analizira zakonitosti, odnose, ovisnosti, veze i funkcije u matematici i stvarnome svijetu.
- Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture uporabom algebarskih simbola i različitih notacija (zapisu), grafika i dijagrama, te na temelju njih generalizira.
- Primjenjuje matematičke modele za prikazivanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.
- Analizira i formulira prepostavke promjena u različitim kontekstima.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Učenik:</b>		
1.a Zapisuje dekadske jedinice i dekadske razlomke pomoću stupnjevanja.  1.b Zbraja i oduzima istoimene algebarske izraze.	1.a Oblikuje nizove u skupu Q poštujući zadani kriterij.  1.b Klasificira proporcionalne i obratno proporcionalne veličine iz konteksta zadatka.  1.c Ispituje svojstva linearne funkcije.  1.d Množi i faktorizira algebarske izraze, te kvadrira zbroj ili razliku.  1.e Računa pomoću stupnjevanja čiji je eksponent cijeli broj.  1.f Razlikuje značenje pojmova izraz, jednakost, jednadžba i identitet.	1.a Primjenjuje računske operacije s potencijama pri rješavanju problemskih zadataka.  1.b Primjenjuje znanstveni zapis racionalnog broja u stvarnim situacijama (npr. $1,58 \cdot 10^3$ ).
2.a Crta graf linearne funkcije.	2.a Prikazuje grafički izravnu proporcionalnost i obrnutu proporcionalnost.	2.a Iz grafičkog prikaza prosuđuje jesu li ovisne veličine proporcionalne ili obrnuto proporcionalne.  2.b Faktorizira tročlani kvadratni izraz i zapisuje u obliku proizvoda (npr. $x^2+8x+16=(x+4)^2$ ).  2.c Primjenjuje razliku kvadrata zapisanu u obliku proizvoda za rješavanje kvadratne jednadžbe.
3.a Povezuje postotak s razlomkom ili decimalnim brojem.	3.a Analizira graf linearne funkcije i na osnovu njega zaključuje o svojstvima funkcije.  3.b Određuje vrijednost ovisne veličine iz grafa funkcije izravne proporcionalnosti ili obrnute proporcionalnosti.	3.a Primjenjuje proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine pri rješavanju problemskih zadataka.  3.b Primjenjuje postotni račun pri rješavanju problemskih zadataka.

	<p>3.c Izračunava nepoznatu veličinu iz proporcije.</p> <p>3.d Izračunava postotni iznos (npr. 5% od 20 KM, 5% od x da je jednako 4)</p>	
	<p>4.a Prepoznaće ekvivalentne jednadžbe.</p>	<p>4.a Analizira promjene u različitim kontekstima koristeći ekvivalentne jednadžbe.</p>
<b>2. Komponenta: Jednadžbe, nejednadžbe i njihovo predstavljanje</b>		
<b>Ishodi učenja:</b>		
<p>1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednadžbe i nejednadžbe pri rješavanju problema, te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.</p> <p>2. Argumentuje postupke za rješavanje jednadžbi, nejednadžbi i sustava.</p> <p>3. Diskutira o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih prikazuje.</p>		
OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Transformira jednadžbu pravca zadanog u eksplicitnom obliku u implicitni oblik i obratno.</p>	<p>1.a Sastavlja linearu jednadžbu ili nejednadžbu koristeći sve četiri računske operacije i zagrade u skupu R.</p>	<p>1.a Primjenjuje linearu jednadžbu za rješavanje problemskih zadataka.</p> <p>1.b Primjenjuje sustav linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice za rješavanje problemskih zadataka.</p>
<p>2.a Provjerava predstavlja li ponuđeno rješenje predstavlja točno rješenje zadane linearne jednadžbe.</p> <p>2.b Provjerava pripada li ponuđeno rješenje skupu rješenja zadane linearne nejednadžbe.</p> <p>2.c Provjerava je li zadani uređeni par rješenje sustava.</p>	<p>2.a Određuje domene jednadžbe ili nejednadžbe u skupu R.</p> <p>2.b Rješava linearu jednadžbu ili nejednadžbu.</p> <p>2.c Rješava sistem oblika <math>\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}</math> gdje su koeficijenti jedne nepoznanice suprotni brojevi.</p>	<p>2.a Rješava sustav koristeći najprikladniju metodu za rješenje.</p>
<p>3.a Prikazuje skup rješenja nejednadžbe na brojevnome pravcu.</p>	<p>3.a Primjenjuje grafičku metodu za rješavanje sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.</p>	<p>3.a Diskutira o rješenjima jednadžbi, nejednadžbi i sustava pri rješavanju problema.</p> <p>3.b Diskutira o grafičkom rješenju sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.</p> <p>3.c Procjenjuje prirodu problema na osnovi ilustracija.</p>

**3. Komponenta: Elementi logike****Ishodi učenja:**

1. Formulira pitanja svojstvena matematici i razvija matematičke prepostavke i argumente.
2. Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz kao ključni matematički aspekt.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
2.a Prepoznaže definiciju među ponuđenim rečenicama (npr. definiciju geometrijskog lika).	<p>1.a Formulira matematičke tvrdnje (npr. u geometriji).</p> <p>2.a Povezuje osobine računskih radnji u skupu R po analogiji.</p> <p>2.b Pronalazi podatke koji potkrijepljuju dane činjenice.</p>	<p>1.a Identificira razlike između prepostavke i tvrdnje.</p> <p>2.a Provjerava točnost tvrdnje (npr. „Pravokutni trokut ima dva prava kuta”).</p> <p>2.b Provodi induktivni i deduktivni način zaključivanja (npr. formule za opseg i površinu geometrijskih likova, te površinu i opseg geometrijskih tijela).</p> <p>2.c Povezuje korake pri dokazivanju jednostavnih tvrdnji (primjenjuje teoreme o skladnosti i sličnosti trokuta).</p>

### 3. OBLAST: GEOMETRIJA I MJERENJA

#### 1. Komponenta: Likovi, tijela i transformacije

##### Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.
2. Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima; analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih likova i tijela.
3. Identificira geometrijska svojstva u predmetima iz stvarnoga svijeta, te modelira prostorne odnose pri rješavanju problema.
4. Koristi se geometrijskim transformacijama u skladnosti i sličnosti geometrijskih tijela.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
<p>1.a Prepoznaće u kakvom su međusobnom odnosu točka i ravnina.</p> <p>1.b Određuje položaj točke u koordinatnom sustavu.</p> <p>1.c Povezuje realne brojeve s točkama brojevnog pravca.</p> <p>1.d Određuje međusobni odnos dvije kružnice.</p> <p>1.e Na crtežu određuje rezultat grafičkog množenja vektora racionalnim brojem.</p>	<p>1.a Identificira s koliko su točaka određeni pravac ili ravnina.</p> <p>1.b Prikazuje odnos dva pravca u ravnini.</p> <p>1.c Primjenjuje svojstva kutova s paralelnim i okomitim kracima.</p> <p>1.d Konstruira simetralu kuta.</p> <p>1.e Određuje središnji kut, ako je poznat periferijski kut nad istim lukom i obratno.</p> <p>1.f Na crtežu određuje grafički zbroj ili razliku dva vektora.</p> <p>1.h Određuje duljinu dužine sa slike primjenom Talesovog poučka.</p>	<p>1.a Na crtežu identificira odnos pravca i ravnine.</p> <p>1.b Određuje veličinu kuta prema podacima sa slike (primjenjuje pravilo za zbroj unutrašnjih i vanjskih kutova trokuta i osobinu vršnih kutova).</p> <p>1.c Koristi svojstva kutova uz transverzalu/presječnicu.</p> <p>1.d Konstruira tangentu kružnice.</p> <p>1.e Procjenjuje koji mnogokut ili lik na slici ima os simetrije.</p> <p>1.f Konstruira grafički zbroj ili razliku tri/četiri vektora.</p> <p>1.g Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnim dužinama u rješavanju problemskih zadataka.</p>
<p>2.a Određuje zbroj unutrašnjih kutova mnogokuta (dopuštena uporaba kalkulatora)</p> <p>2.b Razlikuje svojstva geometrijskih tijela.</p> <p>2.c Povezuje uspravna geometrijska tijela s njihovom mrežom.</p>	<p>2.a Konstruira trokut ili četverokut, karakteristične točke trokuta, te upisanu i opisanu kružnicu trokuta.</p> <p>2.b Prepoznaće geometrijske likove nastale presjekom ravnine i tijela.</p> <p>2.c Crta mrežu uspravnog geometrijskog tijela.</p>	<p>2.a Konstruira pravilne mnogokute zadanog polumjera opisane kružnice i dužinu stranice mnogokuta (npr. petokut, šestokut, osmokut, desetokut).</p> <p>2.b Primjenjuje poučke o skladnosti i sličnosti trokuta u problemskim zadacima.</p>

	3.a Predviđa rezultate sastavljanja i rastavljanja likova u ravnini u pogodnoj modelskoj situaciji.	3.a Procjenjuje rezultate sastavljanja i rastavljanja trodimenzionalnih oblika (tijela) u pogodnoj modelskoj situaciji.
	4.a Primjenjuje izometrijske transformacije (osna i središnja simetrija, translacija, rotacija).	4.a Povezuje skladnost trokuta s izometrijskim transformacijama. 4.b Izvodi kompoziciju izometrijskih transformacija.

## 2. Komponenta: Mjere i mjerena

### Ishodi učenja:

- Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, kombinira mjerne instrumente, mjerne jedinice, mjerne sustave u procesima mjerena.
- Procjenjuje i predviđa rezultate mjerena.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Određuje opseg lika sa crteža pomoću koordinatne mreže.  1.b Primjenjuje Pitagorin poučak na pravoutni trokut, kvadrat i pravokutnik.	1.a Pretvara mjerne jedinice. 1.b Određuje površinu osjenčanog dijela crteža (presjek dva geometrijska lika).  1.c Primjenjuje Pitagorin poučak na jednakokračni i jednakostanični troukut, romb, paralelogram, trapez i krug.  1.d Izračunava površinu i obujam prizme, piramide, valjka i stoča.  1.e Odabire metode rješavanja problemskih situacija povezanih s izračunavanjem opsega i površine standardnih i nestandardnih likova.	1.a Određuje površinu nepravilnih mnogokuta u ravnini rastavljujući ih na pravilne likove čiju površinu zna izračunati (trocrti, četverokuti)  1.b Primjenjuje Pitagorin poučak i druga svojstva vezana uz mjerljiva obilježja geometrijskih tijela u problemskim situacijama.  1.c Izračunava površinu i obujam prizme, piramide, valjka i stoča ako neophodni elementi nisu neposredno zadani.  1.d Odabire metode određivanja površine i obujma nestandardnih tijela povezanih s problemskim situacijama.
2.a Identificira mjerljiva obilježja predmeta i pojava.		2.a Predviđa rezultate mjerena.

#### 4. OBLAST: PODACI I VJEROJATNOĆA

##### 1. Komponenta: Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka

###### Ishodi učenja:

1. Formulira problem, prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih prikazuje u različitim oblicima.
2. Interpretira, diskutira o dobivenim podacima i rezultatima istraživanja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Povezuje podatke sa zadanim problemom. 1.b Prikazuje podatke popisom, tablicom frekvencija. 1.c Određuje aritmetičku sredinu (dozvoljena uporaba kalkulatora).	1.a Prikuplja podatke iz različitih izvora povezane sa zadanim problemom. 1.b Prikazuje podatke točkastim, stupčastim, kružnim dijagramima i histogramom. 1.c Primjenjuje aritmetičku sredinu u problemskim zadacima.	1.a Diskutira o odstupanjima prikupljenih podataka od aritmetičke sredine.
2.a Razlikuje tablični prikaz, stupčasti i kružni dijagram te histogram.	2.a Interpretira podatke prikazane na različite načine (pomoću tablice, grafikona,...)	2.a Izvodi zaključke na osnovu analiziranih podataka.

##### 2. Komponenta: Elementi vjerojatnoće

###### Ishodi učenja:

1. Koristi statističke analize s ciljem prognoze problemskog pitanja.
2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Prepoznae pojmove vjerojatnoće: eksperiment, elementarni događaj, siguran, moguć ili nemoguć događaj. 1.b Prepoznae elementarne događaje za dati eksperiment. 1.c Odabire među ponuđenim odgovorima ishod koji je siguran, moguć ili nemoguć.	1.a Određuje broj mogućih i broj povoljnih ishoda u problemskim situacijama. 1.b Izračunava vjerojatnoću slučajnog događaja.	1.a Procjenjuje vjerojatnoću događaja na osnovu podataka danih dijagramom ili tablicom. 1.b Procjenjuje vjerojatnoću nekog događaja iz problemskog zadatka (npr. određuje vjerojatnoću kod izvlačenja karte iz špila karata).
2.a Identificira među ponuđenim događajima one koji su nemogući (npr. kod bacanja kocke: „Pao je broj 7”).	2.a Uspoređuje vjerojatnoću više ishoda (manje vjerojatan, jednako vjerojatan, vjerojatniji). 2.b Procjenjuje mogućnost pojavljivanja nekog događaja (bacanje novčića, kockice, izvlačenje loptice...).	2.a Tumači kombinacije i raspored elemenata sa i bez ponavljanja. 2.b Procjenjuje mogućnost pojavljivanja nekog događaja u slučaju uvjetne vjerojatnoće.

**STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA ZA MATEMATIKU  
KRAJ SREDNJOŠKOLSKOG ODGOJA I OBRAZOVANJA**

**1. OBLAST: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE**

**1. Komponenta: Skupovi, brojevi i brojevni sustavi**

Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim oblicima prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.
2. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sustava te koristi simbole i različite prikaze.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
<p>1.a Tumači pojam univerzalnog skupa i komplement.</p> <p>1.b Analizira domenu i kodomenu za dane funkcije koristeći skupove.</p> <p>1.c Predstavlja rješenja jednadžbi, nejednadžbi i sustava jednadžbi i nejednadžbi koristeći različite skupovne zapise, uređene parove i n-torce.</p>	<p>1.a Obrazlaže, uz grafičku ilustraciju, injektivno i surjektivno preslikavanje.</p>	<p>1.a Rješava problemske zadatke iz stvarnog života koristeći skupove i skupovne operacije uz grafičku ilustraciju.</p> <p>1.b Koristi pojam i osobine binarnih relacija, te pojam klasa ekvivalencije (uz naglasak na relaciju poretna i relaciju ekvivalencije).</p> <p>1.c Dokazuje skupovne identitete koristeći definicije skupovnih operacija i logiku iskaza.</p>
<p>2.a Koristi različite zapise realnih brojeva.</p> <p>2.b Identificira točan poredak nekoliko apsolutnih vrijednosti brojeva primjenjujući svojstva apsolutne vrijednosti broja.</p>	<p>2.a Predstavlja kompleksne brojeve analitički i geometrijski u kompleksnoj ravnini.</p> <p>2.b Primjenjuje veze između skupova brojeva <math>R</math> i <math>C</math> koristeći različite prikaze.</p>	<p>2.a Analizira zapis broja u različitim bazama.</p>

**2. Komponenta: Računske operacije****Ishodi učenja:**

1. Bira i kombinira strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.
2. Procjenjuje opravdanost i preciznost izabranih strategija, metoda, operacija i dobivenih rješenja, te diskutira o krajnjem rješenju u kontekstu problema.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Primjenjuje zakonitosti računskih operacija u skupu $R$ .  1.b Računa vrijednosti brojevnih izraza u kojima se pojavljuju računske operacije sva tri reda i pri tome po potrebi koristi kalkulator.	1.a Izračunava vrijednost izraza u kojem se pojavljuju apsolutne vrijednosti i elementarne funkcije i pri tome po potrebi koristi kalkulator.  1.b Vrši djelomično korjenovanje i racionalizira nazivnik razlomka.  1.c Izvodi računske operacije s kompleksnim brojevima u algebarskom obliku.	1.a Prevodi kompleksne brojeve zadate algebarski u trigonometrijski oblik i obratno.  1.b Izvodi računske operacije s kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku.
2.a Odabire najučinkovitiju metodu za rješavanje složenijeg brojevnog izraza.	2.a Identificira postojanje i predviđa rješenja u kontekstu problema.	2.a Diskutira o postojanju rješenja i broju mogućih rješenja zadanog problema.

## 2. OBLAST: ALGEBRA

### 1. Komponenta: Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i njihova primjena

#### Ishodi učenja:

1. Analizira zakonitosti, odnose, ovisnosti, veze i funkcije u matematici i stvarnome svjetu.
2. Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture uporabom algebarskih simbola i različitih notacija (zapisu), grafika i dijagrama, te na temelju njih generalizira.
3. Primjenjuje matematičke modele za prikazivanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.
4. Analizira i formulira pretpostavke promjena u različitim kontekstima.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Učenik:</b>		
<p>1. a Prepoznaje zakonitosti niza općenito.</p> <p>1.b Prepoznaje svojstva aritmetičkog i geometrijskog niza.</p> <p>1.c Koristi svojstva funkcija pri rješavanju konkretnih zadataka.</p> <p>1.d Izračunava graničnu vrijednost niza čiji je opći član algebarski razlomak.</p> <p>1.e Primjenjuje pravila za potencije.</p> <p>1.f Povezuje odnose osnovnih trigonometrijskih relacija sa skicom i obratno (računa vrijednosti trig. funkcija).</p>	<p>1.a Izračunava članove koji nedostaju i iznos konačnog broja članova aritmetičkog i geometrijskog niza.</p> <p>1.b Rješava problemske zadatke koristeći grafike, skice i njihove translacije i dilatacije duž koordinatnih osi.</p> <p>1.c Primjenjuje niz čija je granična vrijednost broj e u konkretnim zadacima.</p> <p>1.d Primjenjuje operacije s korijenima.</p> <p>1.e Izračunava i primjenjuje skalarni proizvod.</p>	<p>1.a Primjenjuje svojstva aritmetičkog i geometrijskog niza te geometrijskog reda u problemskim situacijama.</p> <p>1.b Povezuje i primjenjuje znanja iz trigonometrije i analitičke geometrije.</p> <p>1.c Primjenjuje račun s vektorima (vektorski i mješoviti proizvod).</p> <p>1.d Ispituje osobine elementarnih funkcija i procjenjuje njihove povezanosti.</p>
<p>2.a Identificira svojstva grafički predstavljene funkcije (iz grafika očitava i zapisuje domenu, korijen, znak, intervale monotonosti, ekstremne vrijednosti i opisuje ih u stvarnome kontekstu).</p> <p>2.b Primjenjuje Vieteove formule i svojstva diskriminante kvadratne jednadžbe.</p>	<p>2.a Zapisuje funkciju matematičkim simbolima u zadanom problemu.</p> <p>2.b Primjenjuje rastavljanje kvadratnog trinoma u svrhu rješavanja zadanog problema.</p> <p>2.c Primjenjuje adicijske poučke, trig. funkcije dvostrukog i polovičnog kuta, formule pretvaranja i sl.</p> <p>2.d Povezuje grafike funkcije s formulom i obratno.</p> <p>2.e Primjenjuje svojstva inverznih funkcija.</p>	<p>2.a Ispituje osobine funkcije (domene, kodomene, korijen, parnost, periodičnost, asymptote, monotonost, ekstremi i sl.).</p> <p>2.b Pretvara matematičke modele u nove koji služe pri rješavanju zadanog problema (primjenjuje različite zapise: eksponencijalni pretvara u logaritamski i obratno, ovisno o situaciji; primjenjuje adicijske formule, formule dvostrukog i polovičnog kuta, formule pretvaranja, binomni obrazac).</p>

	2.f Izračunava granične vrijednosti funkcija (racionalnih, iracionalnih, oblika $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ).	
3.a Primjenjuje aritmetičke zakonitosti i operacije pri transformaciji cijelih algebarskih izraza. 3.b Prepoznaže različite modele zadanih funkcija i međusobno ih povezuje. 3.c Primjenjuje pravila diferencijalnog i integralnog računa (tablični izvodi i integrali).	3.a Primjenjuje aritmetičke zakonitosti i operacije pri transformaciji razlomljenih algebarskih izraza (uključujući i dijeljenje polinoma). 3.b Primjenjuje pravila derivacije inverzne funkcije i kompozicije funkcija. 3.c Primjenjuje diferencijalni račun za određivanje nagiba, pada i rasta funkcije, stacionarnih točaka i intervala monotonosti. 3.d Primjenjuje metodu supstitucije za rješavanje integrala.	3.a Primjenjuje metodu parcijalne integracije. 3.b Rješava probleme primjenom diferencijalnog računa i određenog integrala (problem minimuma i maksimuma, površine ravnih likova). 3.c Povezuje diferencijalni račun s pojmom brzine i priraštaja.
		4.a Primjenjuje funkcije u stvarnim situacijama.

## 2. Komponenta: Jednadžbe, nejednadžbe i njihovo predstavljanje

Ishodi učenja:

- Sastavlja i zapisuje simbolima jednadžbe i nejednadžbe pri rješavanju problema, te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.
- Argumentira postupke za rješavanje jednadžbi, nejednadžbi i sustava.
- Diskutira o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih prikazuje.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<i>Včenik:</i>		
1.a Sastavlja jednadžbe i nejednadžbe (lineарне, kvadratne) u skupovima $R$ i $C$ . 1.b Koristi različite zapise jednadžbi pravca.	1.a Sastavlja sustave jednadžbi i nejednadžbi (lineарне, kvadratne) u skupovima $R$ i $C$ . 1.b Tumači informacije prikazane u linearnim i nelinearnim grafovima.	1.a Sastavlja eksponencijalne, logaritamske i trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.
2.a Rješava kvadratne jednadžbe i nejednadžbe. 2.b Rješava nejednadžbe oblika: $a \cdot b \geq 0$ , $a \cdot b \leq 0$ , $a/b \geq 0$ , $a/b \leq 0$ ( $a$ i $b$ polinomi).	2.a Određuje domene jednadžbi i nejednadžbi. 2.b Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe koje se mogu svesti na oblik $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ , $\log_a f(x) = \log_a g(x)$	2.a Rješava trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe primjenom univerzalne trigonometrijske smjene. 2.b Rješava eksponencijalne i logaritamske nejednadžbe.

<p>2.c Rješava sustave od jedne linearne i jedne kvadratne jednadžbe.</p> <p>2.d Rješava trigonometrijske jednadžbe oblika npr.  <math>\sin x = a, -1 \leq a \leq 1</math></p>	<p>2.c Rješava trigonometrijske jednadžbe koje se mogu svesti na kvadratne.</p> <p>2.d Rješava iracionalne jednadžbe npr. oblika  <math>\sqrt{f(x)} = a, \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}</math></p>	<p>2.c Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe koje se ne mogu riješiti primjenom svojstva injektivnosti.</p> <p>2.d Rješava iracionalne jednadžbe s više parnih korijena i nejednadžbe.</p> <p>2.d Rješava sustave kvadratnih jednadžbi.</p> <p>2.e Rješava sustave eksponencijalnih i logaritamskih jednadžbi.</p> <p>2.f Rješava problemske zadatke koji se svode na sustav od jedne linearne i jedne kvadratne jednadžbe i sustave kvadratnih jednadžbi.</p>
<p>3.a Diskutira o rješenjima linearnih jednadžbi, nejednadžbi i njihovih sustava, te ih predstavlja grafički.</p>	<p>3.a Diskutira o rješenjima linearnih jednadžbi i sustava linearnih jednadžbi s parametrima.</p> <p>3.b Diskutira o rješenjima kvadratnih jednadžbi i nejednadžbi, te ih predstavlja grafički.</p>	<p>3.a Diskutira o rješenjima jednadžbi višeg reda, nejednadžbi i sustava, te ih po mogućnosti predstavlja grafički (na brojevnomu pravcu, koordinatnom sustavu, kompleksnoj ravnini i brojevnoj kružnici i dijagramima).</p> <p>3.b Prikazuje i tumači rješenja u kontekstu danog problema.</p>

### 3. Komponenta: Elementi logike

#### Ishodi učenja:

- Formulira pitanja svojstvena matematici i razvija matematičke pretpostavke i argumente.
- Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz kao ključni matematički aspekt.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<i>Včenik:</i>		
<p>1.a Koristi pojam iskaza i iskazne formule.</p> <p>1.b Razlikuje pretpostavku i tvrdnju.</p>	<p>1.a Primjenjuje Booleovu algebru.</p>	<p>1.a Dokazuje istinitost iskazne formule tablično.</p> <p>1.b Razlikuje potreban i dovoljan uvjet.</p>
<p>2.a Koristi matematičku logiku i analogiju kod zaključivanja.</p>	<p>2.a Koristi induktivni i deduktivni način zaključivanja.</p>	<p>2.a Koristi elemente analize i sinteze pri rješavanju složenih matematičkih struktura i modela.</p> <p>2.b Koristi matematičku indukciju za dokazivanje tvrdnji koje se odnose na prirodne brojeve (identiteti, djeljivost, nejednakosti).</p>

### 3. OBLAST: GEOMETRIJA I MJERENJA

#### 1. Komponenta: Likovi, tijela i transformacije

##### Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.
2. Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima; analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih likova i tijela.
3. Identificira geometrijska svojstva u predmetima iz stvarnoga svijeta, te modelira prostorne odnose pri rješavanju problema.
4. Koristi geometrijske transformacije u skladnosti i sličnosti geometrijskih tijela.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<i>Včenik:</i>		
1.a Prepoznaže krivulje drugog reda. 1.b Prikazuje vektore u koordinatnom sustavu (vektorski prozvod). 1.c Predstavlja kompleksne brojeve u Gaussovoj ravnini.	1.a Tumači kut između pravca i krivulje i kut između dvije krivulje. 1.b Primjenjuje Talesov poučak u problemskim zadacima. 1.c Primjenjuje osobine tangencijalnog i tetivnog četverokuta. 1.d Analizira odnose između točaka, pravaca i ravnina.	1.a Primjenjuje poučke planimetrije u dokazima. 1.b Analizira odnose točke, pravaca i krivulja drugog reda.
2.a Kombinira svojstva likova u ravnini za rješavanje problemskih zadataka.	2.a Kombinira svojstva uspravnih geometrijskih tijela za rješavanje problemskih zadataka.	2.a Kombinira svojstva kosih geometrijskih tijela za rješavanje problemskih zadataka. 2.b Rješava problemske zadatke koristeći jednadžbe krivulja drugog reda i njihovih tangent. 2.c Primjenjuje poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta na problemske zadatke. 2.d Koristi ravne presjeke prizme, piramide i rotacijskih tijela pri rješavanju problema.
	3.a Analizira odnose iz stvarnog svijeta koristeći se svojstvima dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih oblika.	3.a Analizira odnose iz svijeta oko sebe koristeći se sukladnošću, sličnošću i simetrijom.

		4.a Rješava geometrijske probleme koristeći izometrijske transformacije u ravnini i prostoru i trigonometrijske relacije.
--	--	---

**2. Komponenta: Mjere i mjerena**

**Ishodi učenja:**

1. Analizira mjerljiva obilježja predmeta i pojava, kombinira mjerne instrumente, mjerne jedinice, mjerne sustave u procesima mjerena.
2. Procjenjuje i predviđa rezultate mjerena.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Pretvara veličinu kuta izraženog u stupnjevima u radijane i obratno. 1.b Primjenjuje različite mjerne jedinice pri izračunavanju površine i obujma geometrijskih likova u ravnini i prostoru.	1.a Primjenjuje trigonometriju pravokutnog trokuta u jednostavnim stvarnim situacijama.	1.a Primjenjuje sinusni i kosinusni poučak.  2.a Procjenjuje i predviđa rezultate mjerena u problemskim zadacima.

#### 4. OBLAST: PODACI I VJEROJATNOĆA

##### 1. Komponenta: Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka

###### Ishodi učenja:

1. Formulira problem, prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih prikazuje u različitim formama.
2. Interpretira, diskutira o dobivenim podacima i rezultatima istraživanja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Identificira podatke koji se mogu obraditi statističkim metodama. 1.b Prikuplja, klasificira i povezuje podatke.	1.a Predstavlja podatke u pogodnim oblicima prema tipu i sadržaju problema (popis, tablica, frekvencija, graf, linijski, stupčasti i kružni dijagrami).	1.a Određuje frekvenciju podatka, mod, medijan, aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju.
2.a Uspoređuje podatke prikazane na različite načine.	2.a Razlikuje pojmove populacije i uzorka.	2.a Analizira rezultate istraživanja.

##### 2. Komponenta: Elementi vjerojatnoće

###### Ishodi učenja:

1. Koristi statističke analize s ciljem prognoze problemskoga pitanja.
2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.

OSNOVNA RAZINA	SREDNJA RAZINA	NAPREDNA RAZINA
<b>Včenik:</b>		
1.a Određuje skup svih povoljnijih i svih mogućih događaja.	1.a Određuje događaj suprotan danom i njegovu vjerojatnoću (iznos njihovih vjerovatnoća jednak je 1). 1.b Razlikuje ovisne i neovisne događaje. 1.c Procjenjuje da ponavljanjem eksperimenta ne mora dobiti isti ishod.	1.a Računa vjerojatnoću u problemima iz svakodnevnog života.
2.a Prebrojava mogućnosti (različitih izbora ili načina) u stvarnim situacijama. 2.b Prikazuje/pokazuje kombinacije i rasporedne elemenata nekog skupa.	2.a Primjenjuje pravila kombinatorike za prebrojavanje mogućnosti (različitih izbora ili načina), izračunava broj permutacija, varijacija i kombinacija elemenata danog skupa.	2.a Rješava probleme koristeći odgovarajuću strategiju iz kombinatorike. 2.b Diskutira o mogućim rješenjima danog problema. 2.c Povezuje vjerojatnoću i kombinatoriku.