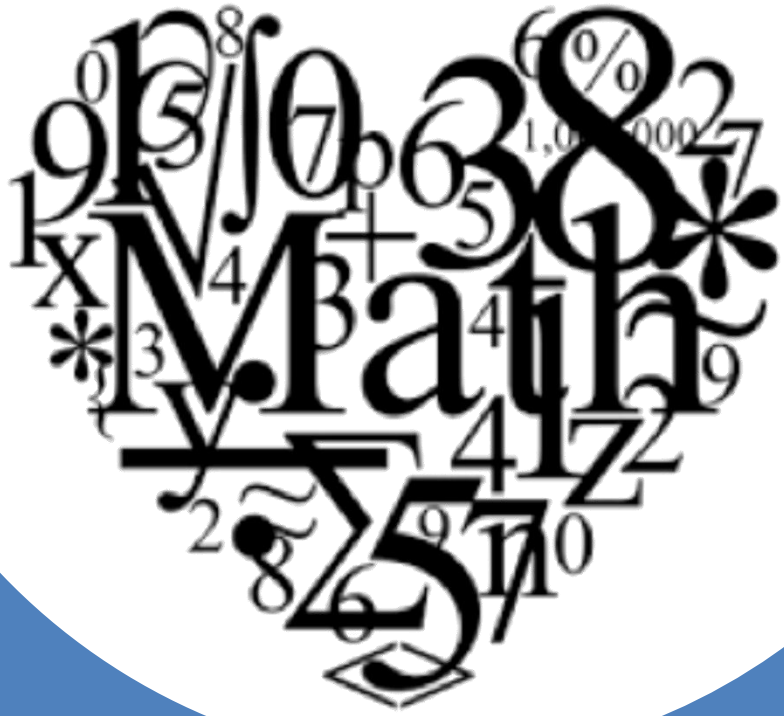


# Matematika

STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA  
ZA MATEMATIKU



Dokument je usvojen na 11. sjednici Odbora Agencije za predškolsko, osnovno i srednje obrazovanje održanoj 22. decembra 2020. godine.

STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA ZA MATEMATIKU  
KRAJ 3. RAZREDA

1. OBLAST: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE

1. Komponenta: Skupovi, brojevi i brojevni sistemi

Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.
2. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema, koristi simbole i različite prikaze.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Udružuje elemente prema zajedničkim osobinama.	1.a Predstavlja skupove grafički prema zadatom zahtjevu. 1.b Upoređuje skupove prema brojnosti.	1.a Dopunjava i izmješta elemente skupa prema zadatom zahtjevu. 1.b Koristi skupove za prikazivanje prirodnih ili društvenih pojava.
2.a Povezuje brojnost elemenata skupa s brojevnim riječi i brojem. 2.b Razlikuje broj od cifre i brojevnih riječi. 2.c Čita i zapisuje prirodne brojeve do 100 (uključujući i 0) ciframa i brojevnim riječi. 2.d Upoređuje prirodne brojeve do 100 (uključujući i 0) koristeći simbole <, =, >. 2.e Reda brojeve prema zadatom zahtjevu (npr. od manjeg ka većem, od većeg ka manjem). 2.f Čita i zapisuje redne brojeve do 100 ciframa i brojevnim riječima. 2.g Prepoznaje parni i neparni broj. 2.h Određuje neposrednog sljedbenika i prethodnika zadatog broja. 2.i Razlikuje jednocifrene od dvocifrenih brojeva. 2.j Prepoznaje vrijednost broja prikazanog u tabeli mjesnih vrijednosti.	2.a Upisuje na brojevnju liniju brojeve do 100 prema zahtjevu „manji od ...“ i „veći od ...“. 2.b Određuje broj na osnovu zadatog prethodnika ili sljedbenika. 2.c Određuje broj prema zahtjevu „biti između“. 2.d Čita i zapisuje brojeve do 20 napisane oznakama za rimske brojeve pomoću brojevnih riječi ili arapskim ciframa. 2.e Koristi slovo kao znak za nepoznati broj. 2.f Prikazuje dvocifrene brojeve u tabeli mjesnih vrijednosti. 2.g Zapisuje ciframa odgovarajući redni broj zadatog glavnog broja do 100 i obrnuto. 2.h Upoređuje parove brojeva prikazanih različitim oblicima (npr. $3D = 3 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = 30$ , $2 \cdot 10 + 8 \cdot 1 > 2 \cdot 10 + 7 \cdot 1$ ).	2.a Zapisuje brojeve do 20 oznakama za rimske brojeve. 2.b Određuje sljedbenika u složenoj terminološkoj situaciji (npr. najvećeg jednocifrenog parnog broja).

## 2. Komponenta: Računske operacije

### Ishodi učenja:

1. Bira i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.
2. Procjenjuje opravdanost i preciznost izabranih strategija, metoda, operacija i dobivenih rješenja, te diskutuje o krajnjem rješenju u kontekstu problema.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Imenuje članove računskih operacija sabiranja i oduzimanja.</p> <p>1.b Sabira i oduzima dva dvocifrena broja bez prelaza.</p> <p>1.c Rješava zadatke sabiranja i množenja u kojima je nula jedan od članova i oduzimanja gdje je nula umanjilac ili razlika.</p> <p>1.d Izračunava broj pod uvjetom „manji za ...“ i „veći za ...“.</p> <p>1.e Identifikuje sabiranje i oduzimanje kao suprotne računске operacije.</p> <p>1.f Prepoznaje svojstvo zamjene mjesta sabirnika (komutativnost).</p>	<p>1.a Sabira i oduzima brojeve s prelazom.</p> <p>1.b Prikazuje množenje kao uzastopno sabiranje istog broja ili dijeljenje kao uzastopno oduzimanje istog broja.</p> <p>1.c Množi i dijeli u okviru tabele množenja.</p> <p>1.d Imenuje nazive članova računskih operacija množenja i dijeljenja.</p> <p>1.e Zapisuje i izračunava brojevni izraz s jednom matematičkom operacijom na osnovu zadate problemske situacije.</p> <p>1.f Identifikuje sadržioce zadatog broja u okviru tabele dijeljenja.</p> <p>1.g Prikazuje parni broj kao zbir dva jednaka broja.</p> <p>1.h Prepoznaje svojstvo zamjene mjesta faktora (komutativnost).</p>	<p>1.a Prikazuje problemsku situaciju iz svakodnevnog života pomoću brojevnog izraza.</p> <p>1.b Izračunava brojevine izraze s više računskih operacija sa i bez zagrade.</p> <p>1.c Sabira i oduzima s mjernim jedinicama istog naziva (minuta, sat, dan, sedmica, godina, centimetar, metar) u skupu brojeva do 100.</p> <p>1.d Izračunava broj koji odgovara zadatom opisu oblika “n puta veći” i “n puta manji”.</p> <p>1.e Prepoznaje svojstvo udruživanja tri sabirnika na različite načine (asocijativnost).</p> <p>1.f Identifikuje množenje i dijeljenje kao suprotne računске operacije.</p>
	<p>2.a Odabire tačan brojevni izraz s dvije matematičke operacije koji predstavlja datu problemsku situaciju.</p> <p>2.b Primjenjuje vezu sabiranja i oduzimanja kod provjere rezultata.</p>	<p>2.a Određuje koji je brojevni izraz sa zagradama jednak datom izrazu bez zagrada.</p> <p>2.b Primjenjuje vezu množenja i dijeljenja kod provjere rezultata.</p>

## 2. OBLAST: ALGEBRA

### 1. Komponenta: Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i njihova primjena

#### Ishodi učenja:

1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu.
2. Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih notacija (zapisa), grafika i dijagrama, te na osnovu njih generalizuje.
3. Primjenjuje matematičke modele za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.
4. Analizira i formuliše pretpostavke promjena u različitim kontekstima.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<i>Učenik:</i>		
1.a Nastavlja dati niz geometrijskih figura prema započetom uzorku.	1.a Nastavlja dati niz parnih i neparnih brojeva do 100 prema započetom uzorku.	1.a Nastavlja niz brojeva do 20 napisanih oznakama za rimske brojeve prema započetom uzorku. 1.b Nastavlja dati niz sadržioca brojeva u okviru tabele množenja i dijeljenja prema započetom uzorku.
		2.a Predstavlja, algebarskim izrazom, zadatu problemsku situaciju.
3.a Uvrštava broj u algebarski izraz.	3.a Prikazuje prirodne brojeve koristeći zadate jedinice za dužinu.	3.a Izračunava vrijednost algebarskog izraza.
	4.a Utvrđuje vrijednost nepoznatog broja u datoj jednakosti ili nejednakosti bez računanja. (npr. $4\_ = 46$ ; $1\_ < 18$ )	4.a Određuje nepoznati broj tako da data jednakost ili nejednakost bude tačna. (npr. $3+2 < \_ +2$ ; $3+2 = 1 + \_$ )

**2. Komponenta: Jednačine, nejednačine i njihovo predstavljanje****Ishodi učenja:**

1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednačine i nejednačine pri rješavanju problema, te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.
2. Argumentuje postupke za rješavanje jednačina, nejednačina i sistema.
3. Diskutuje o rješenjima u kontekstu problema; grafički prikazuje rješenja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Prepoznaje datu jednakost kao jednačinu.	1.a Zapisuje matematički problem putem jednačine s jednom računskom operacijom (sabiranje ili oduzimanje). 1.b Koristi simbole $<$ , $=$ , $>$ da dobije tačnu jednakost ili nejednakost.	1.a Opisuje problemsku situaciju elementarnom brojevnom nejednakosti. 1.b Rješava jednačine oblika: $a + x = b$ , $x - a = b$ , $a - x = b$
		2.a Bira tačan postupak rješavanja zadate jednačine među ponuđenim opisima.
	3.a Provjerava tačnost dobivenog rješenja jednačine. 3.b Predviđa rješenje date jednačine s jednom računskom operacijom (sabiranje ili oduzimanje).	

**3. Komponenta: Elementi logike****Ishodi učenja:**

1. Formuliše pitanja svojstvena matematici i razvija matematičke pretpostavke i argumente.
2. Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz kao ključni matematički aspekt.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
	1.a Odabire, među ponuđenim tvrdnjama, tačno tumačenje matematičkih svojstava i odnosa ("ako ... onda..." ; "... jer je ...").	1.a Provjerava tačnost dobivenog rješenja problemske situacije koristeći "ako... onda" , "... jer je ...".
	2.a Zaključuje po analogiji (npr. sabiranje desetica je analogno sabiranju jedinica).	2.a Zaključuje induktivnim putem. 2.b Provjerava istinitost tvrdnje na konkretnom primjeru.

### 3. OBLAST: GEOMETRIJA I MJERENJA

#### 1. Komponenta: Figure, tijela i transformacije

##### Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.
2. Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima; analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih figura i tijela.
3. Utvrđuje geometrijska svojstva u objektima iz realnog svijeta, te modeluje prostorne odnose pri rješavanju problema.
4. Koristi geometrijske transformacije u podudarnosti i sličnosti geometrijskih figura.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Prepoznaje prave, krive, izlomljene, otvorene i zatvorene linije.</p> <p>1.b Prepoznaje pravu.</p>	<p>1.a Crta prave, krive, izlomljene, otvorene i zatvorene linije.</p> <p>1.b Označava presjek linija.</p> <p>1.c Određuje pripadnost tačaka zadatoj liniji (krivoj ili izlomljenoj).</p> <p>1.d Crta i označava duž.</p> <p>1.e Nabraja dijelove izlomljene linije.</p> <p>1.f Označava i imenuje presjek linija.</p>	<p>1.a Određuje duži na datoj pravoj.</p>
<p>2.a Razlikuje geometrijska tijela: valjak, kocka, kvadar, piramida, kupa, lopta.</p> <p>2.c Ističe i imenuje vrhove geometrijskih figura.</p> <p>2.d Prepoznaje stranice trougla, kvadrata i pravougaonika kao duži.</p> <p>2.e Razlikuje geometrijske figure: krug, kvadrat, pravougaonik i trougao.</p>	<p>2.a Prepoznaje stranice geometrijskih tijela kao duži.</p> <p>2.b Prepoznaje geometrijske figure kao stranice geometrijskih tijela.</p> <p>2.c Crta geometrijske figure.</p> <p>2.d Prepoznaje pravi ugao na crtežu kvadrata i pravougaonika koristeći geometrijski pribor – trokut.</p>	<p>2.a Razlikuje ravne i krive plohe, stranice na crtežima geometrijskih tijela.</p> <p>2.b Upoređuje brojnost stranica, ivica i vrhova geometrijskih tijela.</p> <p>2.c Određuje brojnost geometrijskih figura i tijela na datom crtežu.</p> <p>2.d Određuje pripadnost tačaka geometrijskim figurama na zadatom crtežu.</p> <p>2.e Upoređuje brojnost stranica i vrhova kvadrata, trougla i pravougaonika.</p> <p>2.f Dopunjava crteže kvadrata, pravougaonika i trougla u kvadratnoj mreži.</p>

3.a Prepoznaje predmete iz okruženja koji imaju oblik nekog geometrijskog tijela ili figure.	3.a Razvrstava predmete iz svog okruženja prema obliku i veličini.	3.b Modeluje zadataku figuru od ponuđenih geometrijskih figura i obrnuto.
4.a Prepoznaje simetriju na datim geometrijskim tijelima, figurama ili objektima iz svakodnevnog života.	4.a Crta simetrični dio (drugu polovinu) zadatih figura ili tijela.	4.a Prepoznaje na datim slikama simetrije figure.

## 2. Komponenta: Mjere i mjerenja

### Ishodi učenja:

1. Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, kombinuje mjerne instrumente, mjerne jedinice i mjerne sisteme u procesima mjerenja.
2. Procjenjuje i predviđa rezultate mjerenja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Prepoznaje i imenuje mjerni instrument za vrijeme, dužinu i temperaturu. 1.b Imenuje mjerne jedinice za vrijeme (minuta, sat, dan, sedmica, mjesec, godina), dužinu (centimetar, decimetar i metar) i novac (konvertibilna marka, fening).	1.a Mjeri dužinu, visinu, širinu. 1.b Očitava vrijeme na satu s kazaljka.	1.a Povezuje vrijeme iskazano riječima ili brojevnim zapisom s odgovarajućim crtežom sata.
	2.a Upoređuje vremenske intervale, dužinu, širinu, visinu i temperaturu.	2.a <b>Predviđa</b> potreban vremenski interval ili vrijednost novca s jednostavnim situacijama iz života (prikazane crtežom ili opisane riječima).

#### 4. OBLAST: PODACI I VJEROVATNOĆA

##### 1. Komponenta: Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka

###### Ishodi učenja:

1. Formulira problem; prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih predstavlja u različitim formama.
2. Interpretira, diskutuje o dobivenim podacima i rezultatima istraživanja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<i>Učenik:</i>		
1.a Identifikuje problem u kontekstu datih podataka.	1.a Prikuplja podatke koji proizlaze iz svakodnevnog života. 1.b Razvrstava podatke o jednostavnoj pojavi iz neposredne okoline prema datom kriteriju.	1.a Prikazuje zadate podatke pomoću tabele i stupčastog dijagrama.
		2.a Čita podatke iz grafičkog prikaza (tabele i stupčastog dijagrama).

##### 2. Komponenta: Elementi vjerovatnoće

###### Ishodi učenja:

1. Koristi statističke analize s ciljem prognoze u kontekstu problemskog pitanja.
2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<i>Učenik:</i>		
	1.a Prebrojava različite ishode konkretnog događaja iz svakodnevnog života koristeći grafičke prikaze.	1.a Upoređuje zadate primjere konkretnih događaja iz svakodnevnog života koristeći pojmove "manje vjerovatno", „jednako vjerovatno“ i „vjerovatnije“.
	2.a Određuje različite rasporede elementa nekog skupa u kojem je bitan poredak (npr. kućni broj 15 ili 51). 2.b Određuje za zadate primjere konkretnih događaja iz života da li su „slučajni“, "mogući", "nemogući" ili „sigurni“.	2.a Bira među ponuđenim, tačnu tvrdnju tumačenja podataka prikazanih tabelom i stupčastim dijagramom.



STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA ZA MATEMATIKU  
KRAJ 6. RAZREDA

1. OBLAST: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE

1. Komponenta: Skupovi, brojevi i brojevni sistemi

Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.
2. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema, koristi simbole i različite prikaze.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<i>Učenik:</i>		
<p>1.a Prikazuje grafički skupove (Euler-Vennov dijagram).</p> <p>1.b Koristi simbole za određivanje pripadnosti elemenata skupa.</p> <p>1.c Bira među ponuđenim odgovorima element koji nedostaje u grafički prikazanom skupu.</p>	<p>1.a Zapisuje skupove u ekvivalentnim zapisima.</p> <p>1.b Određuje podskup, uniju, presjek i razliku skupova.</p> <p>1.c Zaključuje kada su uređeni parovi jednaki.</p>	<p>1.a Prikazuje situaciju iz svakodnevnog života pomoću skupova.</p>
<p>2.a Zapisuje i čita višecifrene prirodne brojeve i pozitivne racionalne brojeve.</p> <p>2.b Upoređuje višecifrene prirodne brojeve i pozitivne racionalne brojeve.</p> <p>2.c Bira među ponuđenim odgovorima pravilan zapis pozitivnog decimalnog broja u obliku pozitivnog razlomka.</p> <p>2.d Koristi se rimskim brojevima u različitim zapisima.</p>	<p>2.a Određuje mjesnu vrijednost cifri datog broja.</p> <p>2.b Izražava razlomkom osjenčeni dio figure.</p> <p>2.c Razlikuje prave i nepravne razlomke, mješovite brojeve i izražava veličine u obliku razlomaka.</p> <p>2.d Razlikuje proste i složene brojeve.</p> <p>2.e Prepoznaje svojstva skupova <math>N</math> i <math>Q^+</math>.</p>	<p>2.a Navodi proste brojeve u određenom intervalu prema zahtjevu „veći od“ i „manji od“.</p>

## 2. Komponenta: Računske operacije

### Ishodi učenja:

1. Bira i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.
2. Procjenjuje opravdanost i preciznost izabranih strategija, metoda, operacija i dobivenih rješenja, te diskutuje o krajnjem rješenju u kontekstu problema.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Izvodi računsku operaciju sabiranja i oduzimanja višecifrenih prirodnih brojeva.</p> <p>1.b Izvršava računsku operaciju dijeljenja dvocifrenog broja sa jednocifrenim brojem bez ostatka.</p> <p>1.c Sabira i oduzima razlomke jednakih nazivnika.</p> <p>1.d Računa vrijednost izraza koristeći različita svojstva operacija u skupu prirodnih brojeva uz jednu grešku u računu (pri kraju računanja).</p> <p>1.e Primjenjuje pravilo djeljivosti dekadnim jedinicama u skupu prirodnih brojeva.</p> <p>1.f Primjenjuje pravila djeljivosti sa brojevima 2 i 5.</p>	<p>1.a Izvodi računске operacije množenja i dijeljenja višecifrenih prirodnih brojeva.</p> <p>1.b Upoređuje vrijednosti brojevnih izraza (npr. <math>465+(535-11) \square (965+189)-165</math>).</p> <p>1.c Postavlja brojevni izraz s prirodnim brojevima i zagradama koji odgovara datoj situaciji.</p> <p>1.d Primjenjuje pravilo djeljivosti sa 4.</p> <p>1.e Množi i dijeli pozitivne razlomke.</p> <p>1.f Rastavlja broj na proste faktore.</p> <p>1.g Računa najveći zajednički djelilac (NZD) i najmanji zajednički sadržilac (NZS) datih brojeva.</p>	<p>1.a Sabira i oduzima razlomke različitih nazivnika.</p> <p>1.b Množi i dijeli decimalne brojeve.</p> <p>1.c Rješava brojevni izraz uz primjenu svojstava računskih operacija kombinujući različite metode rješavanja.</p> <p>1.d Rješava problemske zadatke pomoću računskih operacija sa prirodnim brojevima, pozitivnim razlomcima i decimalnim brojevima.</p> <p>1.e Primjenjuje pravila djeljivosti sa 3 i 9.</p> <p>1.f Primjenjuje pravila djeljivosti proizvoda, odnosno zbira brojeva.</p> <p>1.g Primjenjuje NZD i NZS pri rješavanju problemskih zadataka.</p>
	<p>2.a Zaokružuje decimalni broj na decimalni broj sa tačno određenim brojem decimalnih mjesta ili cijeli broj.</p> <p>2.b Provjerava tačnost dobivenih rješenja u kontekstu problemskog zadatka.</p>	<p>2.a Procjenjuje rezultat u problemskom zadatku.</p>

## 2. OBLAST: ALGEBRA

### 1. Komponenta: Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i njihova primjena

#### Ishodi učenja:

1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu.
2. Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih notacija (zapisa), grafika i dijagrama, te na temelju njih generalizuje.
3. Primjenjuje matematičke modele za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.
4. Analizira i formuliše pretpostavke promjena u različitim kontekstima.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Prepoznaje nepoznatu u matematičkom zapisu.	1.a Određuje članove koji nedostaju u zadatom nizu. 1.b Razlikuje pojmove jednakosti, jednačine, nejednakosti, nejednačine (koristi se i simbolima $\geq$ , $\leq$ ).	1.a Oblikuje nizove pozitivnih razlomaka jednakih nazivnika, decimalnih brojeva, djelioca i sadržioca prirodnog broja uvažavajući zadati kriterij.
2.a Predstavlja količnik dva prirodna broja u obliku razlomka i obrnuto. 2.b Povezuje decimalni broj sa realnim životnim situacijama (cijene u trgovini, masa, ..).	2.a Zapisuje mješoviti broj u obliku razlomka i obrnuto. 2.b Zapisuje dekadске razlomke i razlomke koji se mogu svesti na polovine u obliku decimalnog broja i obrnuto.	2.a Zapisuje razlomak u obliku decimalnog broja i obrnuto.
3.a Upoređuje, po veličini, razlomke jednakih nazivnika (sa i bez brojevine poluprave).	3.a Uvrštava brojeve umjesto promjenljivih u algebarskim izrazima i izračunava vrijednost. 3.b Pridružuje/očitava koordinate nenegativnih racionalnih brojeva na brojevnoj polupravoj.	3.a Upoređuje, po veličini, razlomke i mješovite brojeve (sa i bez brojevine poluprave).
	4.a Prosuđuje o vrijednosti algebarskog izraza pri povećanju ili smanjenju veličine promjenljive.	4.a Objašnjava promjenu rezultata računске operacije ovisno o promjeni jednog člana brojevnog izraza (sabirka, faktora).

**2. Komponenta: Jednačine, nejednačine i njihovo predstavljanje**

**Ishodi učenja:**

1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednačine i nejednačine pri rješavanju problema, te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.
2. Argumentuje postupke za rješavanje jednačina, nejednačina i sistema.
3. Diskutuje o rješenjima u kontekstu problema; grafički prikazuje rješenja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
	1.a Modeluje problemsku situaciju linearnom jednačinom oblika $ax=b$ , $x/a=b$ i $a/x=b$ ( $a, b, x$ su elementi skupa $N$ ).	1.a Modeluje problemsku situaciju linearnom nejednačinom oblika $a \pm x \leq b$ , $x \pm a \leq b$ , $ax \leq b$ ( $a, b, x$ su elementi skupa $N$ ).
	2.a Tumači postupak rješavanja jednačina oblika $ax = b$ , $x/a=b$ i $a/x=b$ ( $a, b, x$ su elementi skupa $N$ ). 2.b Tumači i raščlanjuje postupak rješavanja nejednačina oblika $a \pm x \leq b$ , $x \pm a \leq b$ , $ax \leq b$ ( $a, b, x$ su elementi skupa $N$ ).	2.a Određuje prirodne brojeve $n$ koji zadovoljavaju nejednakost oblika $\frac{n}{a} < \frac{b}{c}$ ( $a, b, c$ su elementi skupa $N$ ). 2.b Rješava jednačine $a+x=b$ , $a-x=b$ , $x-a=b$ s pozitivnim razlomcima/decimalnim brojevima.
3.a Provjerava tačnost ponuđenih rješenja date jednačine. 3.b Provjerava tačnost ponuđenog rješenja date nejednačine na brojevnoj polupravoj.	3.a Obrazlaže rješenje nejednačine na brojevnoj polupravoj.	3.a Diskutuje o rješenju jednačine i nejednačine u kontekstu datog problema.

**3. Komponenta: Elementi logike****Ishodi učenja:**

1. Formuliše pitanja svojstvena matematici i razvija matematičke pretpostavke i argumente.
2. Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz kao ključni matematički aspekt.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
	1.a Sastavlja i tumači rečenice oblika “ako ... onda” pri povezivanju računskih operacija, osobina računskih operacija, osobina geometrijskih figura i sl.	1.a Analizira i provjerava različite hipoteze.
	2.a Poređi osobine računskih operacija u skupu $N_0$ po analogiji (red računskih operacija, zagrade). 2.b Primjenjuje induktivni način zaključivanja. 2.c Pokazuje istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima.	2.a Primjenjuje deduktivni način zaključivanja.

**3. OBLAST: GEOMETRIJA I MJERENJA****1. Komponenta: Figure, tijela i transformacije****Ishodi učenja:**

1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.
2. Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima; analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih figura i tijela.
3. Utvrđuje geometrijska svojstva u objektima iz realnog svijeta, te modeluje prostorne odnose pri rješavanju problema.
4. Koristi geometrijske transformacije u skladnosti i sličnosti geometrijskih tijela.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Crta i označava ugao (vrh, kraci). 1.b Razlikuje i označava paralelne i okomite prave. 1.c Pridružuje tačkama brojevnih poluprave prirodan broj i nulu. 1.d Prepoznaje u kakvom su odnosu kružnica i prava (na crtežu). 1.e Pomoću matematičkih simbola zapisuje da li tačka pripada pravoj ili polupravoj.	1.a Identifikuje broj polupravih na datom crtežu. 1.b Crta pravu koja prolazi kroz datu tačku i koja je paralelna ili okomita datim pravim. 1.c Razlikuje vrste uglova (konveksne i nekonveksne, komplementne i suplementne).	1.a Određuje u kakvom su odnosu duž i poluprava; duž i prava; poluprava i prava u ravni, koristeći matematičke simbole.

<p>1.f Razlikuje kružnicu i krug na crtežu.</p>	<p>1.d Vršiti grafičko računanje sa uglovima (sabiranje i oduzimanje).</p> <p>1.e Identifikuje tačke koje pripadaju krugu i kružnici.</p> <p>1.f Razlikuje dijelove kruga i kružnice (kružni isječak, kružni odsječak, kružni luk).</p>	
<p>2.a Crta trougao i četverougao pomoću geometrijskog pribora.</p> <p>2.b Crta kružnicu i krug datog poluprečnika.</p> <p>2.c Određuje zbir i razliku dvije duži.</p>	<p>2.a Razlikuje vrste trouglova prema dužini stranica i veličini unutrašnjih uglova.</p> <p>2.b Konstruiše jednake uglove, jednakostranični i jednakokraki trougao.</p> <p>2.c Povezuje mrežu kvadra i kocke sa odgovarajućim oblikom.</p> <p>2.d Pronalazi slične figure na datom crtežu.</p>	<p>2.a Konstruiše simetralu duži.</p> <p>2.b Konstruiše raznostranični trougao zadatih dužina stranica.</p>
<p>3.a Rastavlja pravougaonik na jedinične kvadrate i određuje njihov broj.</p>	<p>3.a Određuje sa koliko se jediničnih kocki može modelovati kvadar datih dimenzija.</p>	<p>3.a Povezuje geometrijske figure u cjeline (npr. procjenjuje od kojih se ponuđenih kvadrata i pravougaonika datih na crtežu, može napraviti mreža kocke ili kvadra).</p> <p>3.b Upotrebljava svojstva za opisivanje i poređenje trodimenzionalnih oblika (kocke, kvadra) i povezuje ih sa svojim dvodimenzionalnim predstavljanjem.</p>
<p>4.a Crta osnosimetričnu sliku figure (tačke, duži).</p> <p>4.b Prepoznaje centralnosimetrične i osnosimetrične figure u ravni.</p>	<p>4.a Preslikava translacijom figure (duž, trougao, četverougao) u ravni.</p>	<p>4.a Određuje osnosimetričnu sliku trougla ili četverougla u ravni.</p> <p>4.b Određuje koliko osa simetrije ima figura na slici.</p>

## 2. Komponenta: Mjere i mjerenja

### Ishodi učenja:

1. Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, kombinuje mjerne instrumente, mjerne jedinice, mjerne sisteme u procesima mjerenja.
2. Procjenjuje i predviđa rezultate mjerenja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Određuje obim jednakostraničnog trougla uz crtež. 1.b Identifikuje mjernu jedinicu kojom se izražava obim ili površina figure.	1.a Upoređuje mjerne jedinice (za dužinu, vrijeme, veličinu ugla). 1.b Izračunava obim trougla, kvadrata i pravougaonika uz crtež. 1.c Izračunava površinu i zapreminu kvadra i kocke.	1.a Izračunava nepoznate ivice kvadra datog obima. 1.b Izračunava zbir uglova datih mjera, odnos lučnog stepena, minute i sekunde. 1.c Izračunava obim trougla (stranice nisu izražene istom mjernom jedinicom). 1.d Određuje kolika je dužina stranice kvadrata na osnovu površine kvadrata.
2.a Upoređuje dvije duži na crtežu.	2.a Procjenjuje površine geometrijskih figura.	2.a Procjenjuje zapremine geometrijskih tijela u obliku kocke ili kvadra. 2.b Procjenjuje koja figura na crtežu ima veći obim (npr. jednakokraki trougao ili kvadrat).

#### 4. OBLAST: PODACI I VJEROVATNOĆA

##### 1. Komponenta: Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka

###### Ishodi učenja:

1. Formuliše problem; prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih prikazuje u različitim formama.
2. Interpretira, diskutuje o dobivenim podacima i rezultatima istraživanja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Prepoznaje podatke potrebne za rješavanje zadanog problema.	1.a Prikuplja i razvrstava podatke prema zadatim kriterijima. 1.b Prikazuje podatke pomoću tabele frekvencija ili piktogramom.	1.a Prikazuje podatke pomoću kružnog ili stupčastog dijagrama. 1.b Koristi podatke iz jednog prikaza kako bi ih predstavio u drugom prikazu.
2.a Očitava podatke prikazane tabelama i piktogramima.	2.a Upoređuje frekvencije datog obilježja na stupčastom dijagramu.	2.a Tumači podatke prikazane stupčastim ili kružnim dijagramom (npr. koliko je odličnih, vrlo dobrih u odjeljenju, broj učenika..).

##### 2. Komponenta: Elementi vjerovatnoće

###### Ishodi učenja:

1. Koristi statističke analize s ciljem prognoze problemskog pitanja.
2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Razlikuje manje, više i jednako vjerovatne događaje na navedenom primjeru.		1.a Navodi primjere događaja koji su manje, više ili jednako vjerovatni od navedenog događaja.
2.a Bira među ponuđenim odgovorima sigurne i nemoguće događaje (npr. bacanje kocke). 2.b Određuje ishod mogućeg pojavljivanja događaja u jednostavnim igrama (npr. bacanje novčića, pola-cijelo, par-nepar, papir-kamen-makaze itd.).	2.a Određuje događaje suprotne navedenim događajima. 2.b Utvrđuje da li je ishod datog događaja manje vjerovatan, jednako vjerovatan, vjerovatniji ili nemoguć u problemskom zadatku (npr. u vrećici su 3 plave, 4 žute i 2 crne kuglice, izvlačimo jednu kuglicu...).	2.a Koristi grafički prikazane podatke za određivanje vjerovatnoće nekog događaja.



STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA ZA MATEMATIKU  
KRAJ DEVETOGODIŠNJEG ODGOJA I OBRAZOVANJA

1. OBLAST: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE

1. Komponenta: Skupovi, brojevi i brojevni sistemi

Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.
2. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema, te koristi simbole i različite prikaze.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<i>Učenik:</i>		
1.a Poredi skupove prema sličnostima i razlikama.	1.a Prikazuje rješenja jednačina i nejednačina pomoću skupova. 1.b Koristi uređeni par kao rješenje sistema jednačina.	1.a Određuje i prikazuje direktni proizvod dva skupa grafički i simbolički. 1.b Prepoznaje injektivno i surjektivno preslikavanje na osnovu grafičkog prikaza. 1.c Predstavlja domenu i kodomenu funkcije pomoću skupova.
2.a Prepoznaje kojem od skupova $N, Z, Q, I$ i $R$ pripada dati broj.	2.a Razlikuje prikaze realnih brojeva (racionalne i iracionalne brojeve) prema njihovom decimalnom zapisu. 2.b Upoređuje realne brojeve i predstavlja ih na brojevnoj osi. 2.c Zapisuje procent u obliku razlomka, decimalnog broja i obrnuto.	2.a Upoređuje svojstva skupova $N, Z, Q, I$ i $R$ .

## 2. Komponenta: Računske operacije

### Ishodi učenja:

1. Bira i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.
2. Procjenjuje opravdanost i preciznost izabranih strategija, metoda, operacija i dobivenih rješenja, te diskutuje o krajnjem rješenju u kontekstu problema.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Određuje suprotan broj, recipročnu vrijednost i apsolutnu vrijednost broja. 1.b Prepoznaje vrijednost drugog korijena prirodnog broja koji je potpuni kvadrat brojeva do 20. 1.c Povezuje zapis $a^n$ ; $n$ prirodan broj sa odgovarajućim proizvodom.	1.a Određuje vrijednost brojevnog izraza (sa zagradama i računskim operacijama sva tri reda). 1.b Izvršava djelimično korjenovanje.	1.a Primjenjuje računске operacije trećeg reda u problemskim zadacima.
2.a Zaokružuje iracionalne brojeve na zadati broj decimala (uz pomoć kalkulatora).	2.a Provjerava tačnost dobivenih rješenja u brojevnom izrazu sa računskim operacijama sva tri reda. 2.b Određuje broj decimala kvadrata decimalnog broja.	2.a Diskutuje o dobivenim rješenjima u kontekstu problemskih situacija. 2.b Analizira grešku u riješenom brojevnom izrazu. 2.c Predviđa kojem intervalu pripada iracionalni broj zapisan u obliku korijena.

## 2. OBLAST: ALGEBRA

### 1. Komponenta: Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i njihova primjena

#### Ishodi učenja:

1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu.
2. Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih notacija (zapisa), grafika i dijagrama, te na temelju njih generalizuje.
3. Primjenjuje matematičke modele za prikazivanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.
4. Analizira i formuliše pretpostavke promjena u različitim kontekstima.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Zapisuje dekadске jedinice i dekadске razlomke pomoću potencije.</p> <p>1.b Sabira i oduzima istoimene algebarske izraze.</p>	<p>1.a Oblikuje nizove u skupu Q poštujući zadati kriterij.</p> <p>1.b Klasifikuje proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine iz konteksta zadatka.</p> <p>1.c Ispituje svojstva linearne funkcije.</p> <p>1.d Množi i faktorizuje algebarske izraze, te kvadrira zbir ili razliku.</p> <p>1.e Računa s potencijama čiji je eksponent cijeli broj.</p> <p>1.f Razlikuje značenje pojmova izraz, jednakost, jednačina i identitet.</p>	<p>1.a Primjenjuje računске operacije sa potencijama pri rješavanju problemskih zadataka.</p> <p>1.b Primjenjuje naučni zapis racionalnog broja u realnim situacijama (npr. <math>1,58 \cdot 10^3</math>).</p>
<p>2.a Crta grafik linearne funkcije.</p>	<p>2.a Prikazuje grafički direktnu proporcionalnost i obrnuto proporcionalnost.</p>	<p>2. Prosuduje da li su zavisne veličine proporcionalne ili obrnuto proporcionalne na osnovu grafičkog prikaza.</p> <p>2.b Faktorizuje tročlani kvadratni izraz i zapisuje u obliku proizvoda (npr. <math>x^2+8x+16=(x+4)^2</math>).</p> <p>2.c Primjenjuje razliku kvadrata zapisanu u obliku proizvoda za rješavanje kvadratne jednačine.</p>
<p>3.a Povezuje procent s razlomkom ili decimalnim brojem.</p>	<p>3.a Analizira grafik linearne funkcije i na osnovu njega zaključuje o svojstvima funkcije.</p> <p>3.b Određuje vrijednost zavisne veličine iz grafika funkcije direktne proporcionalnosti ili obrnute proporcionalnosti.</p>	<p>3.a Primjenjuje proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine pri rješavanju problemskih zadataka.</p> <p>3.b Primjenjuje procentni račun pri rješavanju problemskih zadataka.</p>

	<p>3.c Izračunava nepoznatu veličinu iz proporcije.</p> <p>3.d Izračunava procentni iznos (npr. 5% od 20 KM, 5% od x da je jednako 4).</p>	
	4.a Prepoznaje ekvivalentne jednačine.	4.a Analizira promjene u različitim kontekstima koristeći ekvivalentne jednačine.
<p><b>2. Komponenta: Jednačine, nejednačine i njihovo predstavljanje</b></p> <p><b>Ishodi učenja:</b></p> <p>1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednačine i nejednačine pri rješavanju problema, te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.</p> <p>2. Argumentuje postupke za rješavanje jednačina, nejednačina i sistema.</p> <p>3. Diskutuje o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih prikazuje.</p>		
<b>OSNOVNI NIVO</b>	<b>SREDNJI NIVO</b>	<b>NAPREDNI NIVO</b>
<b>Učenik:</b>		
1.a Transformiše jednačinu prave zadatu u eksplicitnom obliku u implicitni oblik i obrnuto.	1.a Sastavlja linearnu jednačinu ili nejednačinu koristeći sve četiri računске operacije i zgrade u skupu R.	1.a Primjenjuje linearnu jednačinu za rješavanje problemskih zadataka. 1.b Primjenjuje sistem linearnih jednačina s dvije nepoznate za rješavanje problemskih zadataka.
2.a Provjerava da li ponuđeno rješenje predstavlja tačno rješenje zadate linearne jednačine. 2.b Provjerava da li ponuđeno rješenje pripada skupu rješenja zadate linearne nejednačine. 2.c Provjerava da li je zadati uređeni par rješenje sistema.	2.a Određuje domene jednačine ili nejednačine u skupu R. 2.b Rješava linearnu jednačinu ili nejednačinu. 2.c Rješava sistem oblika $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ gdje su koeficijenti jedne nepoznate suprotni brojevi.	2.a Rješava sistem koristeći najprikladniju metodu za rješenje.
3.a Prikazuje skup rješenja nejednačine na brojevnoj pravoj.	3.a Primjenjuje grafički metod za rješavanje sistema linearnih jednačina s dvije nepoznate.	3.a Diskutuje o rješenjima jednačina, nejednačina i sistema pri rješavanju problema. 3.b Diskutuje o grafičkom rješenju sistema linearnih jednačina s dvije nepoznate. 3.c Procjenjuje prirodu problema na osnovu ilustracija.

### 3. Komponenta: Elementi logike

#### Ishodi učenja:

1. Formuliše pitanja svojstvena matematici i razvija matematičke pretpostavke i argumente.
2. Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz kao ključni matematički aspekt.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
	1.a Formuliše matematičke tvrdnje (npr. u geometriji).	1.a Utvrđuje razlike između pretpostavke i tvrdnje.
2.a Prepoznaje definiciju među ponuđenim rečenicama (npr. definiciju geometrijske figure).	2.a Povezuje osobine računskih operacija u skupu $R$ po analogiji. 2.b Pronalazi podatke koji potkrijepljuju date činjenice.	2.a Provjerava tačnost tvrdnje (npr. "Pravougli trougao ima dva prava ugla"). 2.b Provodi induktivni i deduktivni način zaključivanja (npr. formule za obim i površinu geometrijskih figura, te površinu i obim geometrijskih tijela). 2.c Povezuje korake pri dokazivanju jednostavnih tvrdnji (primjenjuje teoreme o skladnosti i sličnosti trougla).

### 3. OBLAST: GEOMETRIJA I MJERENJA

#### 1. Komponenta: Figure, tijela i transformacije

##### Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.
2. Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima; analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih figura i tijela.
3. Utvrđuje geometrijska svojstva u objektima iz stvarnog svijeta, te modeluje prostorne odnose pri rješavanju problema.
4. Koristi se geometrijskim transformacijama u skladnosti i sličnosti geometrijskih tijela.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Prepoznaje u kakvom su međusobnom odnosu tačka i ravan.</p> <p>1.b Određuje položaj tačke u koordinatnom sistemu.</p> <p>1.c Povezuje realne brojeve s tačkama brojevine prave.</p> <p>1.d Određuje međusobni odnos dvije kružnice.</p> <p>1.e Određuje rezultat grafičkog množenja vektora racionalnim brojem na crtežu.</p>	<p>1.a Identifikuje sa koliko je tačaka određena prava ili ravan.</p> <p>1.b Prikazuje odnos dvije prave u ravni/prostoru.</p> <p>1.c Primjenjuje svojstva uglova sa paralelnim i okomitim kracima.</p> <p>1.d Konstruiše simetralu ugla.</p> <p>1.e Određuje centralni ugao, ako je poznat periferni ugao nad istim lukom i obrnuto.</p> <p>1.f Određuje grafički zbir ili razliku dva vektora na crtežu.</p> <p>1.h Određuje dužinu duži sa slike primjenom Talesove teoreme.</p>	<p>1.a Utvrđuje odnos prave i ravni, na crtežu.</p> <p>1.b Određuje veličinu ugla prema podacima sa slike (primjenjuje pravilo za zbir unutrašnjih i vanjskih uglova trougla, osobinu unakrsnih uglova).</p> <p>1.c Koristi svojstva uglova uz transversalu/presjek.</p> <p>1.d Konstruiše tangentu kružnice.</p> <p>1.e Procjenjuje koji mnogougao ili figura na slici ima osu simetrije.</p> <p>1.f Konstruiše grafički zbir ili razliku tri/četiri vektora.</p> <p>1.g Primjenjuje Talesovu teoremu o proporcionalnim dužima u rješavanju problemskih zadataka.</p>
<p>2.a Određuje zbir unutrašnjih uglova mnogougla (dozvoljena upotreba kalkulatora).</p> <p>2.b Razlikuje svojstva geometrijskih tijela.</p> <p>2.c Povezuje uspravna geometrijska tijela sa njihovom mrežom.</p>	<p>2.a Konstruiše trougao ili četverougao, karakteristične tačke trougla, te upisanu i opisanu kružnicu trougla.</p> <p>2.b Prepoznaje geometrijske figure nastale presjekom ravni i tijela.</p> <p>2.c Crta mrežu uspravnog geometrijskog tijela.</p>	<p>2.a Konstruiše pravilne mnogouglove zadanog poluprečnika opisane kružnice i dužinu stranice mnogougla (npr. petougao, šestougao, osmougao, desetougao).</p> <p>2.b Primjenjuje teoreme o skladnosti i sličnosti trougla u problemskim zadacima.</p>

	3.a Predviđa rezultate sastavljanja i rastavljanja figura u ravni u pogodnoj modelskoj situaciji.	3.a Procjenjuje rezultate sastavljanja i rastavljanja trodimenzionalnih oblika u pogodnoj modelskoj situaciji.
	4.a Primjenjuje izometrijske transformacije (osna i centralna simetrija, translacija, rotacija).	4.a Povezuje skladnost trougla sa izometrijskim transformacijama. 4.b Izvodi kompoziciju izometrijskih transformacija.

## 2. Komponenta: Mjere i mjerenja

### Ishodi učenja:

1. Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, kombinuje mjerne instrumente, mjerne jedinice, mjerne sisteme u procesima mjerenja.
2. Procjenjuje i predviđa rezultate mjerenja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Određuje obim figure sa crteža pomoću koordinatne mreže. 1.b Primjenjuje Pitagorinu teoremu na pravougli trougao, kvadrat i pravougaonik.	1.a Pretvara mjerne jedinice. 1.b Određuje površinu osjenčenog dijela crteža (presjek dvije geometrijske figure). 1.c Primjenjuje Pitagorinu teoremu na jednakokraki i jednakostranični trougao, romb, paralelogram, trapez i krug. 1.d Izračunava površinu i zapreminu prizme, piramide, valjka i kupe. 1.e Odabire metode rješavanja problemskih situacija povezanih sa izračunavanjem obima i površine standardnih i nestandardnih figura.	1.a Određuje površinu nepravilnih mnogouglova u ravni rastavljajući ih na pravilne figure čiju površinu zna izračunati (trouglovi, četverouglovi). 1.b Primjenjuje Pitagorinu teoremu i druga svojstva vezana za mjerljiva obilježja geometrijskih tijela u problemskim situacijama. 1.c Izračunava površinu i zapreminu prizme, piramide, valjka i kupe ako neophodni elementi nisu neposredno zadati. 1.d Odabire metode određivanja površine i zapremine nestandardnih oblika povezanih sa problemskim situacijama.
2.a Utvrđuje mjerljiva obilježja objekata i pojava.		2.a Predviđa rezultate mjerenja.

#### 4. OBLAST: PODACI I VJEROVATNOĆA

##### 1. Komponenta: Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka

###### Ishodi učenja:

1. Formuliše problem, prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih prikazuje u različitim formama.
2. Interpretira, diskutuje o dobivenim podacima i rezultatima istraživanja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<i>Učenik:</i>		
1.a Povezuje podatke sa zdatim problemom. 1.b Prikazuje podatke listom, tabelom frekvencija. 1.c Određuje aritmetičku sredinu (dozvoljena upotreba kalkulatora).	1.a Prikuplja podatke iz različitih izvora, povezane sa zdatim problemom. 1.b Prikazuje podatke tačkastim, stupčastim, kružnim dijagramima i histogramom. 1.c Primjenjuje aritmetičku sredinu u problemskim zadacima.	1.a Diskutuje o odstupanjima prikupljenih podataka od aritmetičke sredine.
2.a Razlikuje tabelarni prikaz, stupčasti i kružni dijagram, te histogram.	2.a Interpretira podatke prikazane na različite načine (pomoću tabele, grafikona...)	2.a Izvodi zaključke na osnovu analiziranih podataka.

##### 2. Komponenta: Elementi vjerovatnoće

###### Ishodi učenja:

1. Koristi statističke analize s ciljem prognoze problemskog pitanja.
2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<i>Učenik:</i>		
1.a Prepoznaje termine vjerovatnoće: eksperiment, elementarni događaj, siguran, moguć ili nemoguć događaj. 1.b Prepoznaje elementarne događaje za dati eksperiment. 1.c Odabire među ponuđenim odgovorima ishod koji je siguran, moguć ili nemoguć.	1.a Određuje broj mogućih i broj povoljnih ishoda u problemskim situacijama. 1.b Izračunava vjerovatnoću slučajnog događaja.	1.a Procjenjuje vjerovatnoću događaja na osnovu podataka datih dijagramom ili tabelom. 1.b Procjenjuje vjerovatnoću nekog događaja iz problemskog zadatka (npr. određuje vjerovatnoću kod izvlačenja karte iz špila karata).
2.a Identifikuje među ponuđenim događajima one koji su nemogući (npr. kod bacanja kocke: "Pao je broj 7").	2.a Upoređuje vjerovatnoću više ishoda (manje vjerovatan, jednako vjerovatan, vjerovatniji). 2.b Procjenjuje mogućnost pojavljivanja nekog događaja (bacanje novčića, kockice, izvlačenje loptice...).	2.a Tumači kombinacije i raspored elemenata sa i bez ponavljanja. 2.b Procjenjuje mogućnost pojavljivanja nekog događaja u slučaju uslovne vjerovatnoće.



STANDARDI UČENIČKIH POSTIGNUĆA ZA MATEMATIKU  
KRAJ SREDNJOŠKOLSKOG ODGOJA I OBRAZOVANJA

1. OBLAST: SKUPOVI, BROJEVI I OPERACIJE

1. Komponenta: Skupovi, brojevi i brojevni sistemi

Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.
2. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevni sistema, te koristi simbole i različite prikaze.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Tumači pojam univerzalnog skupa i komplement.</p> <p>1.b Analizira domenu i kodomenu za date funkcije koristeći skupove.</p> <p>1.c Predstavlja rješenja jednačina, nejednačina, te sistema jednačina i nejednačina koristeći različite skupovne zapise, uređene parove i n-torke.</p>	<p>1.a Obrazlaže injektivno i surjektivno preslikavanje uz grafičku ilustraciju.</p>	<p>1.a Rješava problemske zadatke iz stvarnog života koristeći skupove i skupovne operacije uz grafičku ilustraciju.</p> <p>1.b Koristi pojam i osobine binarnih relacija, te pojam klasa ekvivalencije (uz naglasak na relaciju poretka i relaciju ekvivalencije).</p> <p>1.c Dokazuje skupovne identitete koristeći definicije skupovnih operacija i logiku iskaza.</p>
<p>2.a Koristi različite zapise realnih brojeva.</p> <p>2.b Utvrđuje tačan poredak nekoliko apsolutnih vrijednosti brojeva primjenjujući svojstva apsolutne vrijednosti broja.</p>	<p>2.a Predstavlja kompleksne brojeve analitički i geometrijski u kompleksnoj ravni.</p> <p>2.b Primjenjuje veze između skupova brojeva <math>R</math> i <math>C</math> koristeći različite prikaze.</p>	<p>2.a Analizira zapis broja u različitim bazama.</p>

## 2. Komponenta: Računske operacije

### Ishodi učenja:

1. Bira i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.
2. Procjenjuje opravdanost i preciznost izabranih strategija, metoda, operacija i dobivenih rješenja, te diskutuje o krajnjem rješenju u kontekstu problema.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Primjenjuje zakonitosti računskih operacija u skupu R. 1.b Računa vrijednosti brojevnih izraza u kojima se pojavljuju računске operacije sva tri reda i pri tome po potrebi koristi kalkulator.	1.a Izračunava vrijednost izraza u kojem se pojavljuju apsolutne vrijednosti i elementarne funkcije i pri tome po potrebi koristi kalkulator. 1.b Vršī djelomično korjenovanje i racionalīše nazivnik razlomka. 1.c Izvodi računске operacije sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku.	1.a Prevodi kompleksne brojeve zadate algebarski u trigonometrijski oblik i obrnuto. 1.b Izvodi računске operacije sa kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku.
2.a Odabire najefikasniji metod za rješavanje složenijeg brojevnog izraza.	2.a Utvrđuje postojanje i predviđa rješenja u kontekstu problema.	2.a Diskutuje o postojanju rješenja i broju mogućih rješenja zadatog problema.

## 2. OBLAST: ALGEBRA

### 1. Komponenta: Algebarski izrazi, funkcije, proporcije i njihova primjena

#### Ishodi učenja:

1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu.
2. Analizira i prikazuje matematičke situacije i strukture upotrebom algebarskih simbola i različitih notacija (zapisa), grafika i dijagrama, te na temelju njih generalizuje.
3. Primjenjuje matematičke modele za prikazivanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.
4. Analizira i formuliše pretpostavke promjena u različitim kontekstima.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
<p>1. a Prepoznaje zakonitosti niza općenito.</p> <p>1.b Prepoznaje svojstva aritmetičkog i geometrijskog niza.</p> <p>1.c Koristi svojstva funkcija pri rješavanju konkretnih zadataka.</p> <p>1.d Izračunava graničnu vrijednost niza čiji je opći član algebarski razlomak.</p> <p>1.e Primjenjuje pravila za potencije.</p> <p>1.f Povezuje odnose osnovnih trigonometrijskih relacija sa skicom i obrnuto (računa vrijednosti trig. funkcija).</p>	<p>1.a Izračunava članove koji nedostaju i sumu konačnog broja članova aritmetičkog i geometrijskog niza.</p> <p>1.b Rješava problemske zadatke koristeći grafike, skice i njihove translacije i dilatacije duž koordinatnih osi.</p> <p>1.c Primjenjuje niz čija je granična vrijednost broj u konkretnim zadacima.</p> <p>1.d Primjenjuje operacije s korjenovima.</p> <p>1.e Izračunava i primjenjuje skalarni proizvod.</p>	<p>1.a Primjenjuje svojstva aritmetičkog i geometrijskog niza, te geometrijskog reda u problemskim situacijama.</p> <p>1.b Povezuje i primjenjuje znanja iz trigonometrije i analitičke geometrije.</p> <p>1.c Primjenjuje račun s vektorima (vektorski i mješoviti proizvod).</p> <p>1.d Ispituje osobine elementarnih funkcija i procjenjuje njihove povezanosti.</p>
<p>2.a Identifikuje svojstva grafički predstavljene funkcije (iz grafika očitava i zapisuje domen, nultačke, znak, intervale monotonosti, ekstremne vrijednosti i opisuje ih u realnom kontekstu).</p> <p>2.b Primjenjuje Vieteove formule i svojstva diskriminante kvadratne jednačine.</p>	<p>2.a Zapisuje funkciju matematičkim simbolima u zadatom problemu.</p> <p>2.b Primjenjuje rastavljanje kvadratnog trinoma u svrhu rješavanja zadatog problema.</p> <p>2.c Primjenjuje adicione teoreme, trig. funkcije dvostrukog ugla i poluugla, formule pretvaranja i sl.</p> <p>2.d Povezuje grafike funkcije s formulom i obrnuto.</p> <p>2.e Primjenjuje svojstva inverznih funkcija.</p>	<p>2.a Ispituje osobine funkcije (domena, kodomena, nultačke, parnost, periodičnost, asimptote, monotonost, ekstreme i sl.).</p> <p>2.b Pretvara matematičke modele u nove koji služe pri rješavanju zadatog problema (primjenjuje različite zapise: eksponencijalni pretvara u logaritamski i obrnuto, ovisno od situacije, primjenjuje adicione formule, formule dvostrukog ugla i poluugla, formule pretvaranja, binomni obrazac).</p>

	2.f Izračunava granične vrijednosti funkcija (racionalnih, iracionalnih, oblika $(1 + \frac{1}{x})^x$ ).	
3.a Primjenjuje aritmetičke zakonitosti i operacije pri transformaciji cijelih algebarskih izraza. 3.b Prepoznaje različite modele zadatih funkcija i međusobno ih povezuje. 3.c Primjenjuje pravila diferencijalnog i integralnog računa (tabelarni izvodi i integrali).	3.a Primjenjuje aritmetičke zakonitosti i operacije pri transformaciji razlomljenih algebarskih izraza (uključujući i dijeljenje polinoma). 3.b Primjenjuje pravila derivacije inverzne funkcije i kompozicije funkcije. 3.c Primjenjuje diferencijalni račun za određivanje nagiba, pada i rasta funkcije, stacionarnih tačaka i intervala monotonosti. 3.d Primjenjuje metodu supstitucije za rješavanje integrala.	3.a Primjenjuje metodu parcijalne integracije. 3.b Rješava probleme primjenom diferencijalnog računa i određenog integrala (problem minimuma i maksimuma, površine ravnih figura). 3.c Povezuje diferencijalni račun sa pojmom brzine i priraštaja.
		4.a Primjenjuje funkcije u stvarnim situacijama.
<b>2. Komponenta: Jednačine, nejednačine i njihovo predstavljanje</b> <b>Ishodi učenja:</b> 1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednačine i nejednačine pri rješavanju problema, te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost. 2. Argumentuje postupke za rješavanje jednačina, nejednačina i sistema. 3. Diskutuje o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih prikazuje.		
<b>OSNOVNI NIVO</b>	<b>SREDNJI NIVO</b>	<b>NAPREDNI NIVO</b>
<b>Učenik:</b>		
1.a Sastavlja jednačine i nejednačine (linearne, kvadratne) u skupovima R i C. 1.b Koristi različite zapise jednačine prave.	1.a Sastavlja sisteme jednačina i nejednačina (linearne, kvadratne) u skupovima R i C. 1.b Tumači informacije prikazane u linearnim i nelinearnim graficima.	1.a Sastavlja eksponencijalne, logaritamske i trigonometrijske jednačine i nejednačine.
2.a Rješava kvadratne jednačine i nejednačine. 2.b Rješava nejednačine oblika: $a \cdot b \geq 0$ , $a \cdot b \leq 0$ , $a/b \geq 0$ , $a/b \leq 0$ ( $a$ i $b$ polinomi).	2.a Određuje domene jednačina i nejednačina. 2.b Rješava eksponencijalne i logaritamske jednačine koje se mogu svesti na oblik $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ , $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ .	2.a Rješava trigonometrijske jednačine i nejednačine primjenom univerzalne trigonometrijske smjene. 2.b Rješava eksponencijalne i logaritamske nejednačine.

<p>2.c Rješava sisteme od jedne linearne i jedne kvadratne jednačine.</p> <p>2.d Rješava trigonometrijske jednačine oblika npr. <math>\sin x = a</math>, <math>-1 \leq a \leq 1</math></p>	<p>2.c Rješava trigonometrijske jednačine koje se mogu svesti na kvadratne.</p> <p>2.d Rješava iracionalne jednačine oblika <math>\sqrt{f(x)} = a</math>, <math>\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}</math>.</p>	<p>2.c Rješava eksponencijalne i logaritamske jednačine koje se ne mogu riješiti primjenom svojstva injektivnosti.</p> <p>2.d Rješava iracionalne jednačine sa više parnih korjenova i nejednačine.</p> <p>2.d Rješava sisteme kvadratnih jednačina.</p> <p>2.e Rješava sisteme eksponencijalnih i logaritamskih jednačina.</p> <p>2.f Rješava problemske zadatke koji se svode na sistem od jedne linearne i jedne kvadratne jednačine i sisteme kvadratnih jednačina.</p>
<p>3.a Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina, nejednačina i njihovih istema, te ih predstavlja grafički.</p>	<p>3.a Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina i sistema linearnih jednačina sa parametrima.</p> <p>3.b Diskutuje o rješenjima kvadratnih jednačina i nejednačina, te ih predstavlja grafički.</p>	<p>3.a Diskutuje o rješenjima jednačina višeg reda, nejednačina i sistema, te ih po mogućnosti predstavlja grafički (na brojevnoj pravoj, koordinatnom sistemu, kompleksnoj ravni, brojevnoj kružnici i dijagramima).</p> <p>3.b Prikazuje i tumači rješenja u kontekstu datog problema.</p>
<p><b>3. Komponenta: Elementi logike</b></p> <p><b>Ishodi učenja:</b></p> <p>1. Formuliše pitanja svojstvena matematici i razvija matematičke pretpostavke i argumente.</p> <p>2. Logički zaključuje i primjenjuje matematički dokaz kao ključni matematički aspekt.</p>		
<b>OSNOVNI NIVO</b>	<b>SREDNJI NIVO</b>	<b>NAPREDNI NIVO</b>
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Koristi pojam iskaza i iskazne formule.</p> <p>1.b Razlikuje pretpostavku i tvrdnju.</p>	<p>1.a Primjenjuje Booleovu algebru.</p>	<p>1.a Dokazuje istinitost iskazne formule tabelarno.</p> <p>1.b Razlikuje potreban i dovoljan uslov.</p>
<p>2.a Koristi matematičku logiku i analogiju kod zaključivanja.</p>	<p>2.a Koristi induktivni i deduktivni način zaključivanja.</p>	<p>2.a Koristi elemente analize i sinteze pri rješavanju složenih matematičkih struktura i modela.</p> <p>2.b Koristi matematičku indukciju za dokazivanje tvrdnji koje se odnose na prirodne brojeve (identiteti, djeljivost, nejednakosti).</p>

### 3. OBLAST: GEOMETRIJA I MJERENJA

#### 1. Komponenta: Figure, tijela i transformacije

##### Ishodi učenja:

1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.
2. Sintetizira matematičke argumente o geometrijskim odnosima; analizira svojstva dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih figura i tijela.
3. Utvrđuje geometrijska svojstva u objektima iz realnog svijeta, te modeluje prostorne odnose pri rješavanju problema.
4. Koristi geometrijske transformacije u skladnosti i sličnosti geometrijskih tijela.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
<p>1.a Prepoznaje krive drugog reda.</p> <p>1.b Prikazuje vektore u koordinatnom sistemu (vektorski proizvod).</p> <p>1.c Predstavlja kompleksne brojeve u Gaussovoj ravni.</p>	<p>1.a Tumači ugao između prave i krive i ugao između dvije krive.</p> <p>1.b Primjenjuje Talesovu teoremu u problemskim zadacima.</p> <p>1.c Primjenjuje osobine tangentnog i tetivnog četverougla.</p> <p>1.d Analizira odnose između tačaka, pravih i ravni.</p>	<p>1.a Primjenjuje teoreme planimetrije u dokazima.</p> <p>1.b Analizira odnose tačke, prave i krivih drugog reda.</p>
<p>2.a Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.</p>	<p>2.a Kombinuje svojstva uspravnih geometrijskih tijela za rješavanje problemskih zadataka.</p>	<p>2.a Kombinuje svojstva kosih geometrijskih tijela za rješavanje problemskih zadataka.</p> <p>2.b Rješava problemske zadatke koristeći jednačine krivih drugog reda i njihovih tangenti.</p> <p>2.c Primjenjuje teoreme o skladnosti i sličnosti trougla na problemske zadatke.</p> <p>2.d Koristi ravne presjeke prizme, piramide i rotacionih tijela pri rješavanju problema.</p>
	<p>3.a Analizira odnose iz stvarnog svijeta koristeći se svojstvima dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih oblika.</p>	<p>3.a Analizira odnose iz svijeta oko sebe koristeći se skladnošću, sličnošću i simetrijom.</p>

		4.a Rješava geometrijske probleme koristeći izometrijske transformacije u ravni i prostoru i trigonometrijske relacije.
<b>2. Komponenta: Mjere i mjerenja</b> <b>Ishodi učenja:</b>		
1. Analizira mjerljiva obilježja objekata i pojava, kombinuje mjerne instrumente, mjerne jedinice, mjerne sisteme u procesima mjerenja. 2. Procjenjuje i predviđa rezultate mjerenja.		
<b>OSNOVNI NIVO</b>	<b>SREDNJI NIVO</b>	<b>NAPREDNI NIVO</b>
<b>Učenik:</b>		
1.a Pretvara veličinu ugla izraženog u stepenima u radijane i obrnuto. 1.b Primjenjuje različite mjerne jedinice pri izračunavanju površine i zapremine geometrijskih figura u ravni i prostoru.	1.a Primjenjuje trigonometriju pravouglog trougla u jednostavnim realnim situacijama.	1.a Primjenjuje sinusnu i kosinusnu teoremu.
		2.a Procjenjuje i predviđa rezultate mjerenja u problemskim zadacima.

#### 4. OBLAST: PODACI I VJEROVATNOĆA

##### 1. Komponenta: Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka

###### Ishodi učenja:

1. Formuliše problem, prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih prikazuje u različitim formama.
2. Interpretira, diskutuje o dobivenim podacima i rezultatima istraživanja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Identifikuje podatke koji se mogu obraditi statističkim metodama. 1.b Prikuplja, klasifikuje i povezuje podatke.	1.a Predstavlja podatke u pogodnim formama prema tipu i sadržaju problema (listom, tabelom, tabelom frekvencija, grafikom, linijskim, stupčastim i kružnim dijagramima).	1.a Određuje frekvenciju podatka, mod, medijan, aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju.
2.a Upoređuje podatke prikazane na različite načine.	2.a Razlikuje pojmove populacije i uzorka.	2.a Analizira rezultate istraživanja.

##### 2. Komponenta: Elementi vjerovatnoće

###### Ishodi učenja:

1. Koristi statističke analize s ciljem prognoze problemskog pitanja.
2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.

OSNOVNI NIVO	SREDNJI NIVO	NAPREDNI NIVO
<b>Učenik:</b>		
1.a Određuje skup svih povoljnih i svih mogućih događaja.	1a Određuje događaj suprotan datom i njegovu vjerovatnoću (suma njihovih vjerovatnoća jednaka je 1). 1.b Razlikuje zavisne i nezavisne događaje. 1.c Procjenjuje da ponavljanjem eksperimenta ne mora dobiti isti ishod.	1.a Računa vjerovatnoću u problemima iz svakodnevnog života.
2.a Prebrojava mogućnosti (različitih izbora ili načina) u realnim situacijama. 2.b Prikazuje/demonstrira kombinacije i rasporede elemenata nekog skupa.	2.a Primjenjuje pravila kombinatorike za prebrojavanje mogućnosti (različitih izbora ili načina), izračunava broj permutacija, varijacija i kombinacija elemenata datog skupa.	2.a Rješava probleme koristeći odgovarajuću strategiju iz kombinatorike. 2.b Diskutuje o mogućim rješenjima datog problema. 2.c Povezuje vjerovatnoću i kombinatoriku.